FEBRUARY 1960 VOLUME 6 (1960) No. 3

GREGG M. SINCLAIR LIBRARY
UNIVERSITY OF HAWAII
8-7-63

NUCLEAR INSTRUMENTS & METHODS

A JOURNAL ON ACCELERATORS, INSTRUMENTATION AND TECHNIQUES IN NUCLEAR PHYSICS

EDITOR: K. SIEGBAHN - UPPSALA

CONTENTS

M. M. GORDON and T. A. WELTON, The Oak Ridge relativistic isochronous cyclotron, Part III. Analyses of ion orbits in the isochronous cyclotron 221

R. H. BASSEL and R. A. BENDER, The Oak Ridge relativistic isochronous cyclotron, Addendum. Some recent results of orbit studies 234

C. D. WAGNER, V. A. CAMPANILE and V. P. GUINN, Techniques of chemical research with the electron Van de Graaff 238

PIERRE GRIVET et ALBERT SEPTIER, Les lentilles quadrupolaires magnétiques (II) 243

C. E. ELLS, Irradiation of metals at controlled elevated temperatures in the M.I.T. cyclotron 276

CHARLES ARTANDI and ALBERT A. STONEHILL, Rigid vinyl film dosimeter 279

J. A. DATTILO and J. VAN BLADEL, Fields in gap-excited circular ducts 283

WOLFGANG BÜHRING und JOACHIM HEINTZE, Eine Aufdampfapparatur für radioaktive Substanzen 286

News Items 288

NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY - AMSTERDAM

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS

A journal on accelerators, instrumentation and techniques in nuclear physics

EDITOR: K. SIEGBAHN, UPPSALA

EDITORIAL BOARD:

J. B. ADAMS (CERN)
F. A. ALSINA (Buenos Aires)
E. AMALDI (Rome)
H. L. ANDERSON (Chicago)
K. T. BAINBRIDGE (Cambridge, Mass.)
C. J. BAKKER (CERN)
P. R. BELL (Oak Ridge)
R. E. BELL (Montreal)
A. BERTHELOT (Saclay)
H. BRINKMAN (Groningen)
E. H. COOKE–YARBOROUGH (Harwell)
S. DE BENEDETTI (Pittsburgh)
M. DE HEMPTINNE (Louvain)
A. DE-SHALIT (Rehovoth)
M. DEUTSCH (Cambridge, Mass.)
S. DU TOIT (Pretoria)
B. S. DŽELEPOV (Leningrad)
W. GENTNER (Heidelberg)
P. C. GUGELOT (Amsterdam)
H. HALBAN (Paris)
O. HAXEL (Heidelberg)
P. HUBER (Basel)
D. J. HUGHES (Brookhaven)
S. KIKUCHI (Tokyo)
J. KOCH (Copenhagen)
M. S. KOZODAEV (Moscow)
S. LIVINGSTON (Cambridge, Mass.)
E. M. MCMILLAN (Berkeley)
M. G. MEŠČERJAKOV (Moscow)
P. B. MOON (Birmingham)
M. L. OLIPHANT (Canberra)
W. PAUL (Bonn)
A. S. RAO (Bombay)
G. SALVANI (Rome)
P. SAVIĆ (Belgrade)
P. SCHERRER (Zürich)
CH. SCHMELZER (CERN)
H. W. B. SKINNER (Liverpool)
R. TANGEN (Oslo)
D. TAYLOR (Northampton)
V. I. VEKSLER (Moscow)
G. VON DARDEL (CERN)
O. WERNHOLM (Stockholm)
R. R. WILSON (Cornell)
S. D. WINTER (Saclay)

INSTRUCTIONS FOR CONTRIBUTORS

Contributions may be sent to the Editor, Professor K. Siegbahn, Institute of Physics, University of Uppsala, Sweden, either directly or through the intermediation of one of the members of the Editorial Board. Contributions may be written in English, French or German but should always, except for very short papers, be supplied with a brief abstract in English. Figures should be in inked original drawings or glossy prints and they should be sufficiently large. Contributors should make sure that important details in drawings and photographs will show up clearly in the diminished copy used by the publisher.

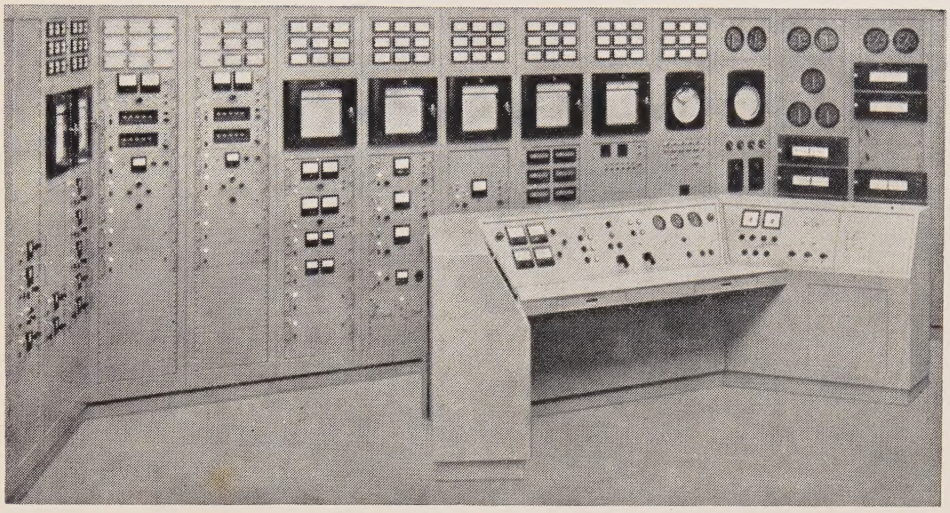
Books for review should be sent to Professor Siegbahn.

Objective and descriptive material on endeavours and product developments from the industry for the section "Spotlight on Industry" should be sent directly to the publishers, North-Holland Publishing Company, P.O. Box 103, Amsterdam.

Nuclear Instruments and Methods is published monthly. The subscription price of a volume of 360 pages is $ 17.00 (130 s), postage free.

Subscriptions should be sent to the publishers, North-Holland Publishing Company, P.O. Box 103, Amsterdam or to any subscription-agent.

No part of this issue may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher. Reprints, photoprints or microfilms are obtainable at cost from the publisher.



PHILIPS

equipment for Nuclear Physics and Atomic Energy

Instrument console and operators' desk for a 30 MW High-Flux tank-type reactor completed for testing in our Eindhoven works. Visible from left to right in panel are: water monitoring equipment, channels for neutron flux measurement, safety amplifiers and process instrumentation.

Desk contains operational controls as well as remote indication of the most important data.
Equipment was supplied on order from ACF Industries, Incorporated, for installation at AB Atom Energi's new facilities at Studsvik, Sweden.

- Synchro-cyclotrons for various final energies.
- Cockcroft-Walton accelerators.
- Generators for very high d.c. voltages.
- Linear electron accelerators.
- Reactor control instrumentation.
- Radiation measuring and detection equipment.
- Civil defence instruments.
- Area monitoring instrumentation.
- Geiger counter tubes.
- Photomultipliers.
- Radio-active isotopes.
- Air & gas liquefiers.
- Vacuum measuring equipment.

PHILIPS

PHILIPS
Nuclear Equipment

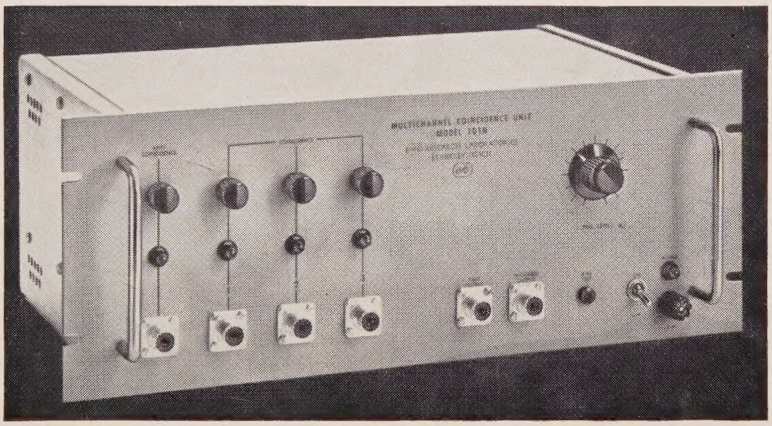
For further information please apply to one of the following addresses:

N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, Scientific Equipment Department, Eindhoven-Holland
RESEARCH & CONTROL INSTRUMENTS LTD., Instrument House, 207/215, King's Cross Road, London WC1
PHILIPS ELECTRONICS INC., Instruments Division, 750, South Fulton Avenue, Mount Vernon N.Y. U.S.A.

for nuclear engineering and experimental work

A MULTI-CHANNEL COINCIDENCE UNIT

with a time resolution of 3 millimicroseconds



F.O.B. Oakland, Calif. **$725**

Flexible, as well as fast, this E•H Model 101 N functions as a pulse coincidence-anticoincidence analyser over *four channels.*

This unit generates two output pulses—one a microsecond trigger pulse, the other a prompt pulse derived directly. Exceptional reliability is provided over a wide range of input pulse shapes and amplitudes. With the E•H 101 N, photomultiplier tubes (including those having transit time spreads in the millimicrosecond region) may be tied directly to the inputs.

E•H MULTICHANNEL COINCIDENCE UNIT SPECIFICATIONS

INPUT

Minimum pulse amplitude, negative 2 volts. Minimum pulse width, 5×10^{-9} sec. Maximum input rate, 5% duty factor. Input impedance, 125 ohms (other impedances supplied at no additional cost).

FAST OUTPUT

5 ma. current pulse delivered from plate of triode on coincidence. Time delay from inputs less than 5×10^{-9} sec. Width same as input pulses, or 2 x length of clipping line, if used.

TRIGGERED OUTPUT

Positive 10 volts, 1 μsec. pulse on coincidence. Maximum rate, 100 kc.

ULTIMATE RESOLUTION

3×10^{-9} sec.

CONNECTORS

UHF type 83. (Other types may be specified at nominal additional cost.)

TRIGGER LEVEL

Amplitude selection of coincidence pulses for operating trigger circuitry.

POWER REQUIREMENTS

105-130 volts 50/60 cps. 75 watts.

E-H instruments are designed to meet the critical requirements of advanced work. Thanks to superior engineering and the finest components, these instruments have a remarkable record for stable performance.

Write or wire E-H for additional information

E-H RESEARCH LABORATORIES, INC.

1922 PARK BLVD. • GLENCOURT 2-1314 • OAKLAND 6, CALIFORNIA

time-of-flight plug-in

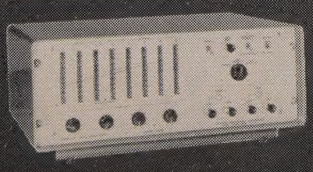
pulsed neutron plug-in

PLUG-IN LOGIC

Logic is interchangeable in the TMC Model CN-110 Pulse Analyzer. Into the all-transistor, 30-pound, 256-channel digital computer you can plug Pulse Height Analysis, Pulsed Neutron, Time-of-Flight or special program units. Out of it you can get Analog, Digital or Binary data. You can carry the system and set it up almost anywhere. It is guaranteed for two years.

These instruments and all accessory units are now being delivered. Complete details of design, construction and operation are contained in a new 6-page folder available on request.

220 data handling unit



• We have excellent openings for Transistor Circuit Designers •

TMC

TECHNICAL MEASUREMENT CORPORATION

441 WASHINGTON AVENUE, NORTH HAVEN, CONN.

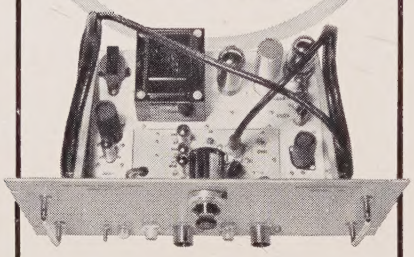
a new approach to time interval measurement

0.25 milli microsecond measurements

WITH THE

Eldorado

MODEL TH-300



TIME-TO-PULSE HEIGHT CONVERTER

applications

* *Neutron time-of-flight measurements*
* *Half-life determinations of short lived isotopes*
* *Determination of short-time decay in isomeric states*
* *Fast coincidence studies*
* *Delay line calibration*
* *Energy determinations*
* *Transient time studies*

An analog-to-analog converter which transforms time to amplitude over the time range of 1 to 3000 milli microseconds, the TH-300 provides an output pulse whose amplitude is proportional to time. The output can be measured with a pulse height analyzer or scope.

KEY SPECIFICATIONS Three time ranges – 300, 1000, and 3000 milli microsecond full scale. Input, pulse start channel, amplitude of 2 – 100 v negative, duration of 0.01 – 0.10 microseconds; stop channel, amplitude 15 – 150 v negative, duration of 0.01 – 1.00 microseconds. Output, negative ramp, 8 v full scale. Domestic price $795. Immediate delivery.

For complete technical and sales information, call your nearest Eldorado Engineering Representative or write directly to Dept. H2

Eldorado Electronics

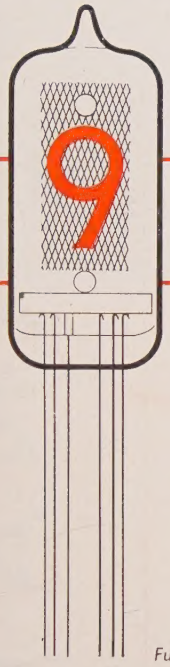
2821 Tenth Street
Phone THornwall 1-4613
Berkeley 10, California

★ DIGITRON

TYPE DISPLAY

NOW MINIATURISED

FOR INSTANTANEOUS CLOSE-RANGE READOUT



Full Size

THE GR. 10. W

In many digital applications it is often wasteful of valuable equipment space to employ the larger types of numerical indicators. The equipment design may call for a much more personalized type of display such as that required for control consoles, desk equipments, and similar layouts.

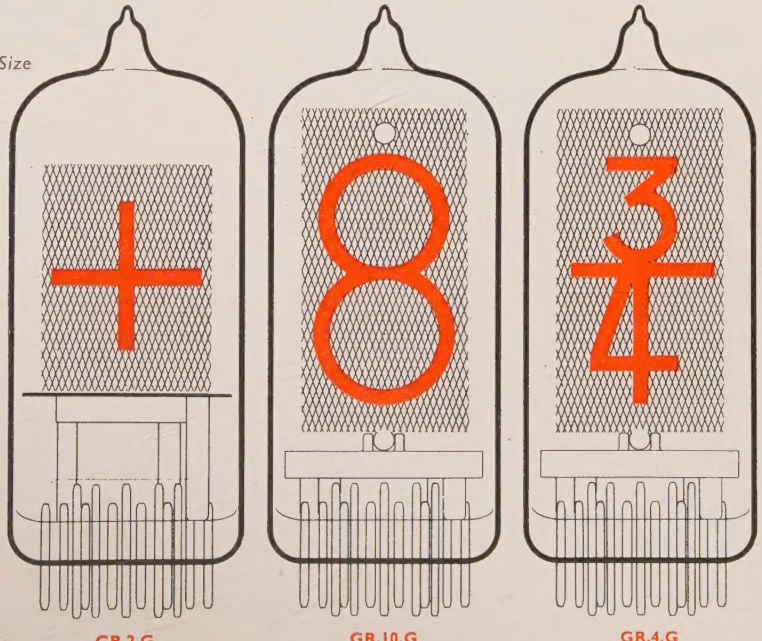
It is with these applications in mind that we introduce a newcomer to the DIGITRON range.

Whilst retaining the basic construction of the standard GR.10.G numerical indicator tube, the GR.10.W, being wire ended, can be soldered directly into the circuit and enables the designer to make full use of the display area by mounting these miniatures immediately adjacent to each other. This represents a considerable improvement in the readout facility at close range.

Like previous DIGITRONS, the numerical design of the GR.10.W is "human engineered" to eliminate readout error and again numbers are visible over wide viewing angles.

The miniature side-viewing GR.10.W with its robust construction, vivid presentation and its "no base" facility represents a big step forward in miniature display techniques.

Full Size



GR.2.G GR.10.G GR.4.G

OTHER SIDE-VIEWING DIGITRONS INCLUDE:

DIGITRON GR.2.G

Designed to display "plus" or "minus", this tube will find many applications in digital equipments requiring unambiguous sign display.

DIGITRON GR.10.G

The original DIGITRON—providing a clear numerical readout up to 50 feet over wide viewing angles. Ideal for audience readout.

DIGITRON GR.4.G

A recent introduction to the DIGITRON range, the GR.4.G displays $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, or 1 in vivid numbers styled for easy readout. Suitable for applications concerned with monetary display.

May we send you full information on the DIGITRON range of display tubes. Write to: TECHNICAL SERVICE DEPT.

ETELCO

TUBE DIVISION

BEESTON, NOTTINGHAM

T E L ENGLAND

★ *Digitron is an Ericsson trade mark*

ETELCO LIMITED · HEAD OFFICE · 22 LINCOLN'S INN FIELDS LONDON W.C.2

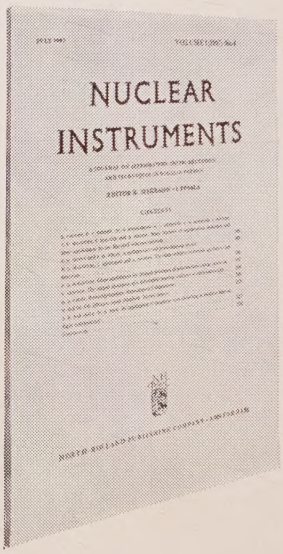
INTERNATIONAL

advertise

YOUR NUCLEAR PRODUCTS IN

sell

YOUR NUCLEAR PRODUCTS



reap

YOUR NUCLEAR SALES
REWARDS

world wide

KEY NUCLEAR MANAGEMENT
NUCLEAR SCIENTISTS
NUCLEAR ENGINEERS
NUCLEAR PRODUCTION
PERSONNEL

SUBSCRIBE TO

you reach

THE WHOLE
NUCLEAR SALES WORLD IN

Entirely international in scope Nuclear Instruments and Methods is the one nuclear scientific journal that has an established subscription clientele throughout the whole world-where-ever nuclear men are at work—they want your nuclear products—they need your nuclear products—advertise in Nuclear Instruments and tell them WHAT – HOW – WHERE they can get your nuclear products

GO INTERNATIONAL WITH YOUR SALES PROGRAM TODAY WRITE

WILLIAM F. BAARS - ADVERTISING MANAGER NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY

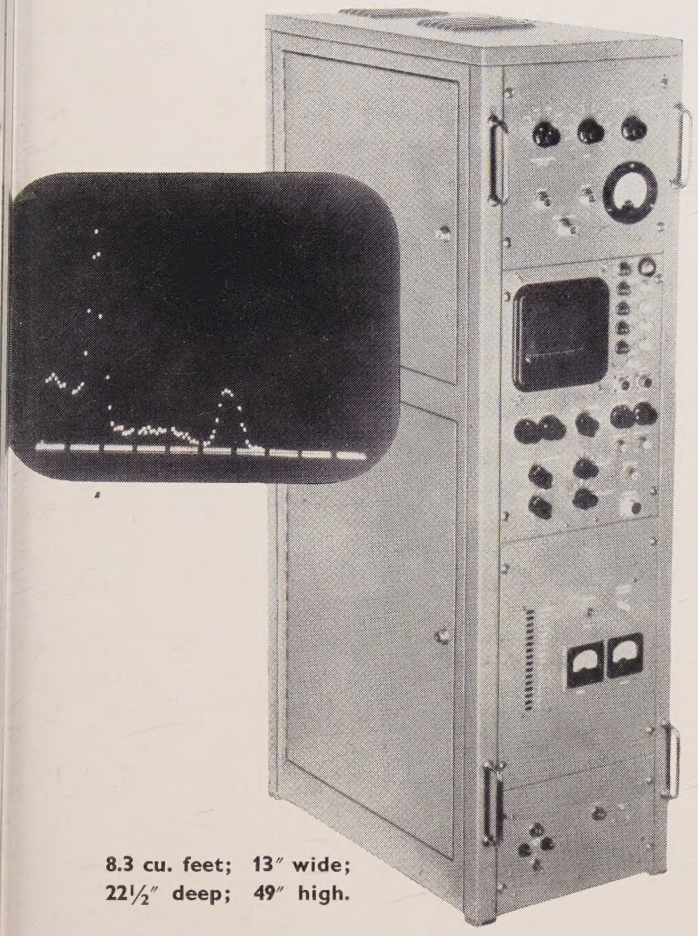
P.O. BOX 103 – AMSTERDAM, HOLLAND

INTERNATIONAL

COMPACT 100 CHANNEL PULSE HEIGHT ANALYZER

The C.D.C. KICKSORTER

developed by Atomic Energy of Canada and manufactured by Computing Devices of Canada Limited



8.3 cu. feet; 13″ wide; 22½″ deep; 49″ high.

88% Transistorized

- Printed Circuitry
- Low Maintenance—High Reliability
- Compact—Semiportable
- Low Power Consumption—120 watts
- No Ventilation or Cooling problems

Highly Versatile

- Oscilloscope display
- Binary manual count readout allows the count on any channel to be displayed in digital form
- Accessory readout devices: photo recording camera, strip chart recorder, punch tape
- Magnetic core memory—65,535 counts can be stored per channel
- Permanent count storage—sixteen magnetic cores for each of the 100 channels

Bendix International

The "Chalk River Kicksorter", recently developed and based on designs and specifications prepared by Atomic Energy of Canada Ltd. is an extremely fast, accurate and versatile instrument.

The "Kicksorter" is designed to span random pulses of various amplitudes and shapes, sort them out according to amplitude into 100 channels, and store a record of the counted pulses in a magnetic core memory. A simple computer with its magnetic core memory and versatile data display system make it possible to observe the pulse amplitude spectrum as it accumulates or after it has accumulated.

In addition to its wide use in gamma spectroscopy, it has many applications in the fields of medical research, neutron time-of-flight studies, radioactive fallout studies, shielding studies, oil well and uranium logging, neutron activation analyses, measuring of radioactivity in humans and other uses.

The analyzer is designed so that information accumulated may be displayed or read out in various ways. Data may be observed on the oscilloscope, or information already accumulated in the memory core may be displayed on the screen, plotted on a strip chart recorder, or printed out in decimal form on an automatic printer.

Since the unit is highly versatile, it can be modified to accommodate most applications which require additional features.

For additional information, wire or write to:

Bendix International

DIVISION OF BENDIX AVIATION CORPORATION

205 E. 42ND ST., NEW YORK 17, N.Y., U.S.A. Cable Address: "BENDIXINT"

Sales Representatives for Great Britain

NUCLEAR ENTERPRISES (G.B.) LTD.

BANKHEAD MEDWAY, SIGHTHILL; EDINBURGH 11, SCOTLAND

NORTH-HOLLAND BOOKS

Paul Ehrenfest

COLLECTED SCIENTIFIC PAPERS

XII + 632 pages

Guilders 45,00 (90s.)

This volume makes widely scattered publications readily available. All Dutch articles appear here in English; the German publications are in the original language.

Sole Agency for U.S.A.:

Interscience Publishers Inc. — New York

NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY - AMSTERDAM

MODEL 412 MERCURY RELAY

PRECISION SLIDING PULSER

for Precise Calibration of Single & Multi-Channel Pulse Height Analyzers

Determines Window Widths Using Principle of *Constant Angular Velocity*

AUTOMATICALLY
10 × more accurately
40 × faster than conventional pulsers

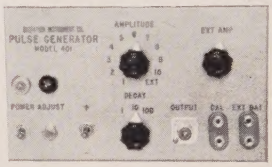
Incorporates Both Manual Control and Precision Motor Drive

Simulates Pulses from Scintillation, Proportional or Geiger Counters

MERCURY PULSER, Model 401

Featuring Versatility and Precision

Specifically designed for the Nuclear Physics Laboratory



Fast rise and exponential decay simulates scintillation, proportional or geiger counter pulses for test and calibration of amplifiers, pulse height analyzers, scalers, etc.

MODEL 412 . . . $ 450.00 — MODEL 401 . . . $ 125.00

RADIATION INSTRUMENT CO.

P. O. BOX 733, SILVER SPRING, MARYLAND, U.S.A.

NORTH-HOLLAND BOOKS

Analytical and Canonical Formalism in Physics

by

ANDRÉ MERCIER

Head of the Department of Theoretical Physics, University of Berne

6 × 9″ VIII + 222 pages Guilders 20.00 (40 s.)

THE CONTENTS

i LAGRANGIAN FORMALISM
ii LAGRANGIAN DENSITY
iii CANONICAL FORMALISM
iv CANONICAL FORM OF ELECTRODYNAMICS
v HAMILTONIAN DENSITIES
vi TRANSFORMATIONS
vii CANONICAL FORMALISM WITH VANISHING JACOBIAN DETERMINANT

Sole Agency for U.S.A.: Interscience Publishers Inc. – New York

NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY — AMSTERDAM

Interested in tritium counting efficiencies up to 40% with a single photomultiplier spectrometer system at room temperatures?

The Nuclear Enterprises NE 8301 assembly for small-volume internal-sample liquid scintillation counting offers:

* Room temperature counting efficiencies up to 35% for H3 in water, up to 40% for H3 in organic compounds, and up to 90% for C14, using single selected 1″ diameter photomultiplier. For H3 in water the background is 10 cps. at 35%, 2 cps. at 20%, and 1 cps at 10%, at room temperature.

* New shielded Scintillation Head Unit, NE 5503 (see Bulletin 19), with special rotary and translational light locking device, permitting daylight operation and main water temperature stabilisation.

* Specially coated quartz counting cells.

* New liquid scintillators NE 213 (xylene based) and NE 220 (dioxane based) for maximum light output, minimum quenching, and minimum chemiluminescence.

* Silicone oil reservoir with complete intimate coupling of counting cell and photomultiplier.

* Non-overloading linear pulse amplifier NE 5202 with high gain (50,000), high stability, and absence of blocking.

* Broad gate pulse height selector NE 5102 to optimise signal to background ratio for particular problems.

* E.H.T. supply NE 5302 with long term stability of 100 parts per million

Write for detailed specifications in Bulletins 19 & 20

The NE 8301 obseletes all coincidence systems and is adaptable to a wide range of problems.

Nuclear Enterprises (G.B.) Ltd.

BANKHEAD MEDWAY, SIGHTHILL, EDINBURGH 11, SCOTLAND. (TEL. No. CRAIGLOCKHART 5262)

Associate Company: Nuclear Enterprises Ltd., 1750 Pembina Highway, Winnipeg, Canada.

6116

The place of the Particle Accelerator in Basic Research...

Nuclear Spectroscopy — VIII

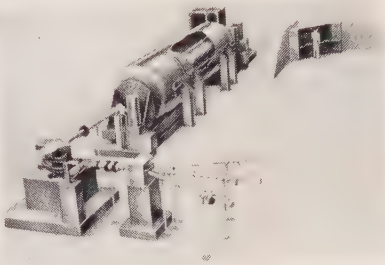
Low-energy nuclear physics is concerned primarily with the arrangement of nuclear particles or nucleons (protons and neutrons) within the nucleus and with the nature of the forces giving rise to this nuclear structure. Studies of nuclear structure employ particles such as protons, neutrons, deuterons, and alpha particles with energies up to several million electron volts (Mev). This is in contrast to high-energy nuclear physics where particle energies of hundreds of Mev or even several billion electron volts are being used to study the interactions of the elementary particles themselves.

Although the structure of the nucleus has been the subject of extensive research for many years, we are still without a comprehensive theory of the nucleus. Much experimental and theoretical work remains to be done in the field of low-energy nuclear physics before we will have a theory as complete as that in atomic physics which describes the extra-nuclear electronic structure of the atom.

Studies of Nuclear Structure

Similar to this electronic structure, the nucleus is found also to have a structure consisting of discrete energy states in which the nucleons can exist. Determinations of energy levels, level spacings, and particle binding energies are the essential problems of nuclear spectroscopy. Just as the mass of experimental data on atomic spectra was synthesized by the Quantum Theory developed in the 1920's, so will data on nuclear spectra, being gathered today, eventually lead to a comprehensive theory of nuclear structure.

Nuclear spectroscopy makes use of high-energy particles or electromagnetic radiation to excite the nucleus to a higher-energy state. The compound or excited nuclei formed in these processes are generally unstable and decay with the emission of nucleons, alpha particles, electrons, or electromagnetic energy (protons). In a given reaction, the determination of the type of emission and a measurement of its energy can be used to calculate the excitation energy required to excite the nucleus to the new level. By a series of such measurements, the possible energy levels for a given nucleus can be defined and, to some extent, the probable energy levels of the individual nucleons determined.



Model of new Tandem Van de Graaff

Van de Graaff Accelerators

Nuclear energy levels occur at energies from about 0.1 Mev up to more than 20 Mev. The energy and width of these levels must be measured with the greatest possible precision to provide a detailed picture of nuclear structure. In the energy range of which it is capable, the Van de Graaff® type of particle accelerator is the most useful for precision nuclear spectroscopy. This type of accelerator has a wide, continuously variable energy range and can produce high-intensity beams of particles which are mono-energetic to within a few tenths of a percent. Special techniques, such as those recently developed at Duke University, have shown that an energy definition of the order of 250 electron volts can be obtained with bombarding particle energies of several Mev.(1) With this resolution, line widths can be determined accurately and even the Doppler broadening caused by the thermal motion of the target nuclei may be taken into account.

A New Van de Graaff

Van de Graaff accelerators presently in use for precision nuclear spectroscopy are capable of accelerating particles to not much more than about 6 Mev. Very recently, a new machine of this type, called the Tandem Van de Graaff®, has been developed by High Voltage Engineering and is now producing protons with energies of more than 10 Mev with the expectation that 12 Mev will eventually be achieved. The accelerator, based on a principle first proposed many years ago by W. H. Bennett of the Naval Research Laboratory, extends the range of Van de Graaff accelerators so that more than twice the present number of energy levels may be studied by the methods of precision nuclear spectroscopy.

Even with these new techniques and machines, nuclear spectroscopy has far to go before it achieves the accuracy and completeness of atomic spectroscopy. As the amount of data on nuclear energy levels grows, the need for techniques of greater precision and for extensions to even higher energies becomes apparent. Nearly all the major nuclear physics laboratories of the world are studying nuclear energy levels. Most of them are using Van de Graaff accelerators in this great effort to unlock the secrets of nuclear structure.

Reference.
1. Bull. Am. Phys. Soc., 3 164 (1958)

Write for a copy of our new particle accelerator bulletin.

HIGH VOLTAGE ENGINEERING CORPORATION

BURLINGTON MASSACHUSETTS

High Voltage Servicing Company, Ltd.
London, England

High Voltage Engineering (Europa) N.V.
Amersfoort, The Netherlands

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 221–233; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

THE OAK RIDGE RELATIVISTIC ISOCHRONOUS CYCLOTRON

PART III. ANALYSIS OF ION ORBITS IN THE ISOCHRONOUS CYCLOTRON†

M. M. GORDON†† and T. A. WELTON

Oak Ridge National Laboratory†††, Oak Ridge, Tennessee

Received 7 November 1959

Calculations of radial and axial beam stability limits in three- and four-sector azimuthally varying magnetic fields are reviewed. The use of the radial instability at $\nu_r = 1$ to provide a resonance method of beam deflection is discussed.

1. Radial Stability

An important problem which arises in connection with an azimuthally varying magnetic field (AVF) cyclotron such as the Oak Ridge Relativistic Isochronous Cyclotron (ORIC) is the question of radial stability of the orbits. Over most of the machine the radial oscillation frequency ν_r is close to unity. The periodic sector structure of the magnetic field leads, then, to the existence of nonlinear resonant driving forces acting on the radial oscillations of the particles. Under these conditions, particle orbits have absolute stability for only a finite range of oscillation amplitudes (orbit center displacements). In this section the results of investigations into the radial stability of particle orbits in the ORIC will be discussed.

The first part of the investigations was a preliminary study aimed at evaluating the relative performance of two machine types then being considered for the ORIC, namely, a four-sector, tight-spiral machine, and a three-sector, weak-spiral machine. In this study attention was focused exclusively on the behavior of N^{4+} ions since for these ions ν_r is most closely equal to unity over the entire machine. Although a considerable amount of work had already been done especially at Harwell on the tight-spiral machines, hardly anything was known about the performance of a three-sector, weak-spiral machine. For three sectors the radial stability problem is much more acute since the resonance is of lower order (quadratic rather than cubic). As will be shown later, there are, however, mitigating circumstances in the three-sector machine such that the radial stability problem is not more severe than in the four-sector machine. On the basis of these results and other important considerations discussed earlier in Part II, it was decided that the ORIC should be a three-sector machine.

The second part of the investigation is a systematic study of radial stability for magnetic fields obtained directly from the three-sector magnet models described in Part II. These studies have been reduced to a definite routine[1]) and will continue as an integral part of the magnet design procedure. All in all, the results of these studies show that radial stability limitations in the ORIC will be quite tolerable.

The theory of nonlinear resonances originated

† This is the third in a series of three articles describing the development and design of a fixed-frequency cyclotron being built to provide variable-energy acceleration of protons to 75 MeV and N^{4+} to 100 MeV. The series was originally compiled and edited as the proposal document by R. S. Livingston and F. T. Howard.

†† Now at Michigan State University.

††† Operated for the USAEC by Union Carbide Corporation.

[1]) M. M. Gordon and T. A. Welton, Computation Methods for AVF Cyclotron Design Studies. ORNL Report 2765 (Aug. 17, 1959).

and was extensively developed in connection with AG synchrotrons by Moser[2]) at Brookhaven, Sturrock[3]) at Harwell, Hagedorn[4]) at CERN, and others. This theory has been adapted to spiral-ridge cyclotrons by Stähelin[5]) at Illinois and the Harwell group. The results of their work clearly indicated the seriousness of the difficulties arising from the nonlinear resonances. These results, however, are directly applicable only to tight-spiral machines, and we are concerned with a much broader class of machines. Furthermore, the approximations made in this work, particularly by Stähelin, are not generally valid. Because of the difficulties involved in making an accurate analytical evaluation of the nonlinear resonance effects, the work here has been based mainly on the use of a high-speed digital computer.

The two principal computer codes[1]) which are used in this work are the "equilibrium orbit" code and the "general orbit" code. These codes are specifically designed for handling problems connected with AVF cyclotrons. Two forms of each code are available: one in which the median plane field is given as an analytical function as follows:

$$B(r,\theta) = \overline{B}(r)\,[1 + f(r)\cos N(\theta - \zeta(r))]\,; \qquad (1)$$

the other in which the median plane field is given at discrete points on a polar co-ordinate mesh. The first form of these codes is used principally for general theoretical studies and preliminary design work. The second form of these codes is used for detailed design work since it can take for its input field values obtained from model magnet measurements.

The equilibrium orbit code takes a given median plane field and calculates the desired properties of the equilibrium orbits and the small amplitude oscillations as a function of momentum. With this code one can obtain such information as rotation period τ, radial oscillation frequency ν_r, and axial oscillation frequency ν_z over an entire machine in less than 30 minutes. This code also provides input data for more general orbit studies.

The general orbit code takes a given median plane field and calculates orbit properties for given initial conditions. It is this code which is used in investigating such matters as nonlinear resonance effects on particle orbits. The procedure adopted for studying radial stability is as follows: The particle orbits are started out with specified deviations from the equilibrium orbit, and the computer then integrates the equations of motion until it is stopped. The output of the computer is in the form of "phase plots". If x is the radial displacement from the equilibrium orbit and p_x is its conjugate momentum, then a phase plot for a given orbit is obtained by plotting corresponding values of p_x against x at intervals of one sector during the orbit integration. The computer is equipped to make these plots automatically on its "curve-plotter" attachment while the calculation proceeds. At the same time the plotted curves can be observed on a "Memoscope" at the console. As a result, succeeding orbits can be arranged so as to "fill in" the phase space to best advantage. As will be shown later, these phase plots can be used directly to gauge the range of radial oscillation amplitude for which the orbits in a given field are effectively stable. The procedure for obtaining these phase plots has been reduced to a definite routine such that it requires only about two hours of computer time to complete the work on a given magnetic field.

The results obtained for the four-sector tight-spiral machine will be discussed first. In this investigation only N^{4+} ions were considered because, as noted above, for these ions ν_r is most closely equal to unity over the entire machine and, hence, the greatest difficulty with radial stability could be expected. With the results of Stähelin as a guide, a median plane

[2]) J. Moser, The Resonance Lines for the Synchrotron, CERN Symposium (1956) p. 290–292.

[3]) P. A. Sturrock, Nonlinear Effects in Alternating-Gradient Synchrotrons, Annals of Physics 3 (1958) 113–189.

[4]) R. Hagedorn, M. G. Hine IV and A. Schoch, Non-Linear Orbit Problems in Synchrotrons, CERN Symposium (1956) p. 237–253.

[5]) Peter Stähelin, The Radial Stability of Orbits in a Spiral Ridge Cyclotron, Technical Report No. 1, University of Illinois.

field having the maximum possible spiral consistent with the available magnet gap was derived by B. L. Cohen. The parameters of this field were then fitted to $B(r,\theta)$ of eq. (1) as follows:

$$\begin{aligned} f(r) &= 0.167\,[r^2/(r^2+\alpha^2)]^2 \\ \alpha &= 0.018 \\ \zeta(r) &= 24.0\,r \\ \bar{B}(r) &= (1-r^2)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \qquad (2)$$

where $f(r)$ is the "flutter", $\zeta(r)$ is the "spiral", and $\bar{B}(r)$ is the average field. The unit of length (cyclotron unit) for N^{4+} ions is in this case 280 inches. (Note that a field of this form is not quite proper as $r \to 0$ since $\zeta(r)$ must go to zero at least as r^2. This difficulty may be overlooked by stipulating that this field does not extend all the way in to $r = 0$.) This field was run through the equilibrium orbit code with results in table 1.

As can be seen, the momentum values chosen cover the machine from inside to outside. The values of τ shown indicate that the form of $\bar{B}(r)$ is close enough to that required for isochronism ($\tau \equiv 1$) for the purposes here. The values of ν_z shown increase steadily and reach a rather large value near the outside of the machine, a result which is made necessary by the fact that the same flutter field must also focus axially the 75-MeV protons. This result is rather unfortunate since it means that the operating point of the N^{4+} machine comes close to the $\nu_r = 2\nu_z$ coupling resonance line and, as will be shown in the next section, this has important effects on the problem of beam deflection. Since the concern here is only with the question of radial stability this difficulty may be overlooked for the present. The last two columns of table 1 give ν_r as obtained by the computer and $\nu_r{}^0$, the corresponding values as obtained from the smooth approximation $(\nu_r{}^0)^2 = 1 + k = 1 + p^2$ for $\bar{B}$ as given. As far as the question of radial stability is concerned, the important quantity is $(\nu_r - 1)$; this table indicates that the smooth approximation values of $(\nu_r - 1)$ are off by a factor of about three. This is not surprising considering the degree of validity of this approximation; however this matter is emphasized here to point out that the analytical treatments of radial stability which have used this approximation for ν_r cannot be considered reliable. The deviation of ν_r from the smooth approximation value arises not only from the flutter and noncircularity of the orbits, but especially from the flutter derivatives (as first noted by L. Teng[6]), and these derivatives are particularly important near the machine center. These deviations vary as N^{-2} and, as will be shown, are therefore even larger in the three-sector machines.

We turn now to the radial phase plots obtained for the four-sector, tight-spiral machines just described above. These phase plots are shown in fig. 1; the method by which they are obtained has already been discussed. The

Table 1

Four-sector, tight-spiral machine with N^{4+} ions

p	E_k	τ	ν_z	ν_r	$\nu_z{}^0$
0.020	2.6	0.9998	0.0403	1.0011	1.0002
0.045	13.2	0.9992	0.1581	1.0038	1.0010
0.070	31.9	0.9991	0.2635	1.0082	1.0024
0.095	58.7	0.9991	0.3653	1.0147	1.0045
0.120	93.5	0.9991	0.4660	1.0230	1.0072

p = momentum in Mc units
E_k = kinetic energy in MeV
τ = ratio of particle rotation period to r-f period
ν_z = axial oscillation frequency
ν_r = radial oscillation frequency
$\nu_r{}^0$ = "smooth approximation" values of ν_r.

[6]) L. C. Teng, Linear Theory of Betatron Oscillations in Sectorial Cyclotrons, Rev. of Sci. Instr. **27** (1956) 1051–1058.

nature and significance of these plots can best be understood from the theory of nonlinear resonances and so we shall delay the discussion of our results to present a brief, qualitative sketch of this theory as it applies to the present

Instead of x and p_x, we introduce the variables A and ϕ defined as follows: $x = A \cos(\theta + \phi)$, with p_x being proportional to $(dx/d\theta)$. We may consider that the phase plots are constructed from a given orbit by plotting p_x against x

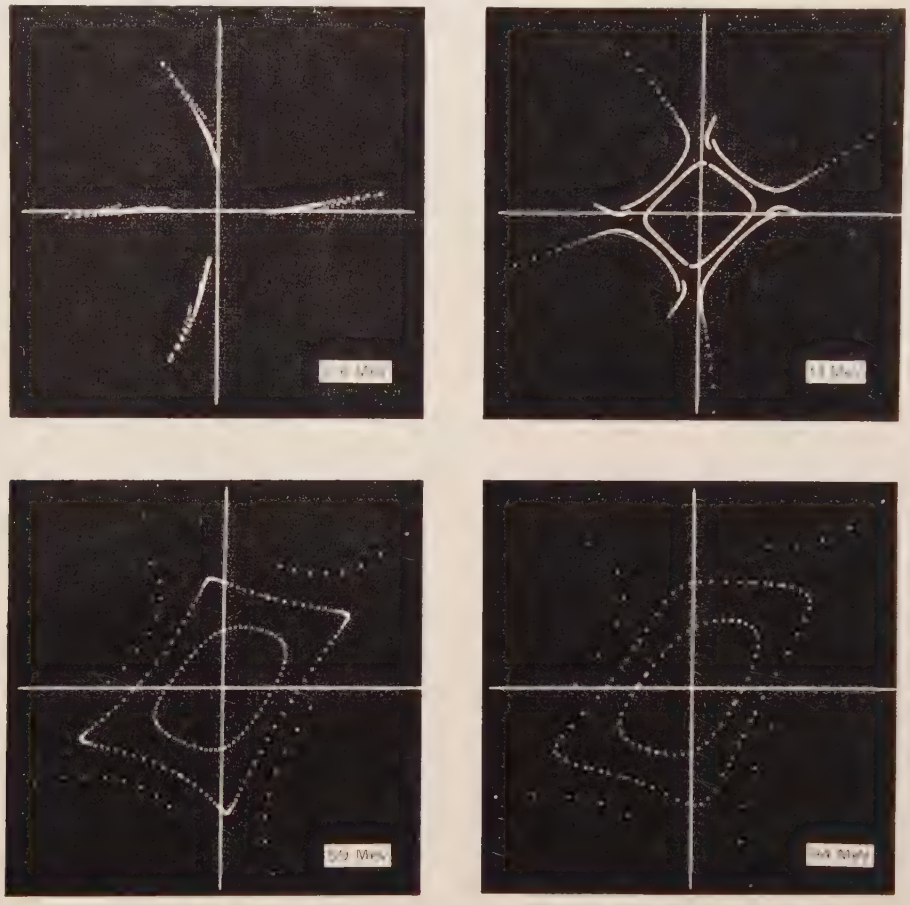


Fig. 1. Radial phase plots for N^{4+} ions in four-sector, tight-spiral machine.

situation. For the nonlinear driving force acting on the radial oscillations, let

$$F = 32Cx^3 \cos 4\theta$$

where x is the displacement from the equilibrium orbit, C is a constant characterizing the strength of the force (the factor 32 is included here merely to simplify other equations to follow), and the $\cos 4\theta$ factor arises from the four-sector periodicity of the field. (For simplicity other terms in F are omitted, for example the one in x^3 alone, since we are interested here only in the qualitative results of the theory.)

once per revolution at $\theta = 0$ so that (A,ϕ) are essentially the "polar coordinates" of the points in these plots. If the nonlinear forces are negligible the A is constant and $(d\phi/d\theta) = (\nu_r - 1)$ so that successive points in the phase plot will fall on an ellipse, the "invariant ellipse" characteristic of the linear motion. The number of revolutions required for the ellipse to close will then be $(\nu_r - 1)^{-1}$ since the angular velocity of the plotted points in the phase plane is $2\pi\,(d\phi/d\theta)$. (Actually, the points in the phase plots are plotted at the rate of once per sector rather than once per revolution, but

we can consider the resultant plots as four separate plots superimposed.)

Considering F as a perturbation on the linear motions, the first-order equations for the adiabatic variation of A and ϕ are then as follows:

$$(\mathrm{d}A/\mathrm{d}\theta) = CA^3 \sin 4\phi \,.$$

$$(\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}\theta) = (\nu_r - 1) - CA^2 \cos 4\phi \,.$$

The following is then a first integral or invariant of these "equations of motion"

$$(\nu_r - 1)\, A^2 - \tfrac{1}{2}\, CA^4 \cos 4\phi = H \,. \qquad (3)$$

The significance of this result is that the points in a phase plot for a given orbit will lie on a curve for which H is a constant. Even though the theory is only approximate, it does provide a valuable qualitative guide in interpreting the results obtained in these phase plots. Eq. (3) for the invariant makes the following predictions: For small amplitudes A is a constant independent of ϕ so that the curves are ellipses (linear motion). As the amplitudes A increase these ellipses will develop "corners" and become quadrangular in shape. For still larger amplitudes the corners become sharper and the sides of the quadrangular figures become concave. It is these figures which mark the boundary between stable orbits with closed invariant curves and unstable orbits with open invariant curves. The limiting case is the "unstable fixed point" which occurs when $A = [(\nu_r - 1)/C]^{\frac{1}{2}} =$ constant, $\phi =$ constant. The open invariant curves corresponding to unstable orbits are characterized by asymptotes along which points move in or out. There are four asymptotes of each kind roughly 90 deg apart.

We return now to the phase plots shown in fig. 1. Each picture contains a series of phase plots at a given fixed energy shown on the picture. The center of each picture (zero amplitude point) is the equilibrium orbit location at the given θ value chosen here to be at the field maximum. Full scale for these pictures is a displacement of $\frac{1}{64}$ cyclotron units = 4.4 inches. Each picture shows phase plots for three orbits which were chosen to give a fairly good estimate of the configuration of the invariant curves. As can be seen, the forms of the curves traced out by the plotted points are quite consistent with the theory sketched above. The plotted points move generally in the clockwise direction about the origin; the angular speed with which the points move is greater at the higher energies since $(\nu_r - 1)$ is greater there. Examination of the pictures at 69 and 94 MeV shows that radial oscillation amplitudes up to about two inches are definitely stable. The same is true for the picture obtained at 32 MeV, which is not shown. Although the picture at 13 MeV is qualitatively different, we would still estimate the maximum stable amplitude as about two inches. The "knees" of the two curves, one flowing in, the other out, mark out fairly definitely the position of the unstable fixed point which must lie between these knees. The picture at 2.6 MeV is quite different; all these orbits are unstable and it is evident that the stable orbit region must be quite small. However, the information that can be gleaned from these curves is quite encouraging. First of all let us note that the points on these curves lie very close to "outflowing asymptotes" and, hence, the amplitude growth rate at these ϕ values is a maximum. If we examine, then, the history of these plots we find the following: The three plots start at displacements of 1.1, 1.65, and 2.2 in. and run for 51, 20, and 9 revolutions, respectively. Since they all terminate at nearly the same displacement, we may conclude that the minimum number of revolutions required for an amplitude growth from 1.1 to 1.65 in. is 31 revolutions, and from 1.65 to 2.2 inches is 11 revolutions. Now since the energy gain per revolution for N^{4+} ions is about 1.6 MeV[7]), it will require only about 7 revolutions for ions at 2.6 MeV to reach 13 MeV where the amplitude stability limit is 2 inches. Therefore, those ions at 2.6 MeV with amplitudes less than $1\frac{1}{2}$ in. will certainly survive. The "effective" stable amplitude limit will actually be larger since only a minority of the ions will have unfavorable ϕ values at 2.6 MeV and, as we shall discuss later,

[7]) Assuming a two-dee r-f system with 100 kV dee-to-ground, as then specified.

the acceleration process will at any rate keep changing the ϕ values. In summary then, we find that over the last 85% of this machine, radial stability is assured for amplitude up to 2 in.; over the first 15% this limit is probably not less than 1 in. and may be larger, depending on acceleration effect. These amplitude limits are considered adequately large.

We turn next to the discussion of the results obtained for three-sector, weak-spiral machines. These investigations have included N^{4+} ions, as above, and also protons. We divide this work into two parts the first of which, along with the four-sector work described above, was a preliminary investigation of the problem, and the second of which is the work being done in connection with the model magnet design work. The first part of these investigations which dealt only with N^{4+} ions was performed for a field in the form given by eq. (1). The parameters for this field were obtained by B. L. Cohen from measurements by Blosser, Hudron and Lord on a preliminary three-sector model magnet. The resultant field parameters are as follows:

$$f(r) = -0.096 + 14.0\,r - 91.8\,r^2$$

$$\zeta(r) = 32.2\,r^2$$

$$\bar{B}(r) = 0.998383 + 0.00655 \cos(57.8\,r)\,.$$

These parameters are appropriate to N^{4+} ions for which the cyclotron length unit is 280 inches. Although the extent of the actual machine is $0 \leqslant r \leqslant 0.12$, this $f(r)$ is valid only over the range $0.012 \leqslant r \leqslant 0.100$ so that our range of calculations was thereby restricted. Values of f are given in table 2.

The spiral here is "weak" and is really only needed at the outside of the machine where $f(r)$ begins to fall off. The total spiral in this machine is only 0.46 radians whereas in the four-sector machine described above it is 2.88 radians. The value of $\bar{B}$ was chosen to produce a condition of near isochronism. Note that $\bar{B}(r)$ falls off with increasing r (negative k value) near the center of the machine. This behavior is a result of the fact that the orbits here are appreciably noncircular.

This field was run through the equilibrium orbit code with results which are shown in table 2. The energy range (2.6 to 52.7 MeV) here is restricted to about half the full energy because the validity of this field extends only out to $r = 0.1$. As can be seen from the values of τ shown, the degree of isochronism is quite good. Here again the values of ν_z reach rather large values at the outside of the machine for reasons given before. As can be seen the values of ν_r given by the computer are significantly larger than those obtained from the smooth approximation. This difference is much more striking here than in the four-sector case as a result of the larger f and smaller N. The importance of

TABLE 2

Three-sector, weak-spiral machine with N^{4+} ions

p	E_k	τ	ν_z	ν_r	$\nu_r{}^0$	f
0.02	2.6	1.0005	0.1420	1.0090	0.9965	0.147
0.03	5.9	1.0004	0.2140	1.0202	0.9944	0.241
0.04	10.4	1.0002	0.2677	1.0315	0.9944	0.317
0.05	16.3	0.9998	0.3043	1.0409	0.9977	0.375
0.06	23.4	0.9992	0.3293	1.0463	1.0036	0.414
0.07	31.9	0.9988	0.3503	1.0445	1.0104	0.434
0.08	41.6	0.9993	0.3754	1.0341	1.0150	0.436
0.09	52.7	1.0017	0.4086	1.0150	1.0149	0.420

p = momentum in Mc units
E_k = kinetic energy in MeV
τ = ratio of particle rotation period to r-f period
ν_z = axial oscillation frequency
ν_r = radial oscillation frequency
$\nu_r{}^0$ = "smooth approximation" value of ν_r (for circular orbits)
f = $f(p)$, value of flutter.

the flutter derivatives on ν_r is apparent near the end of the table where ν_r decreases along with f.

Before discussing the phase plots obtained in this case, we again give a brief sketch of the theoretical background required to interpret these plots. Most of the discussion given in connection with the four-sector machine will also apply here so we shall note here only the changes necessary for a three-sector machine. For the nonlinear driving force acting on the radial oscillation, we write

$$F = 16\, Cx^2 \cos 3\theta\,.$$

For the first-order equations giving the adiabatic variation in the variables A and ϕ we now have

$$(\mathrm{d}A/\mathrm{d}\theta) = CA^2 \sin 3\phi$$

$$(\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}\theta) = (\nu_r - 1) - CA \cos 3\phi\,.$$

For the invariant associated with these equations, we then have

$$(\nu_r - 1)\, A^2 - \tfrac{2}{3}\, CA^3 \cos 3\phi = H\,, \qquad (4)$$

which may be compared with eq. (3) for a four-sector machine. The discussion of the form of the curves obtained from the phase plots is quite similar to that for the four-sector machine except that here the figures will be triangular rather than quadrangular. The unstable fixed points, where the amplitude of stable motion has its largest value, is here given by $A = (\nu_r - 1)/C$, $\phi =$ constant. The unstable orbits here will again be characterized by open curves with asymptotes along which the points move in and out. There will be three asymptotes of each kind (inflowing and outflowing) spaced about 120 deg apart.

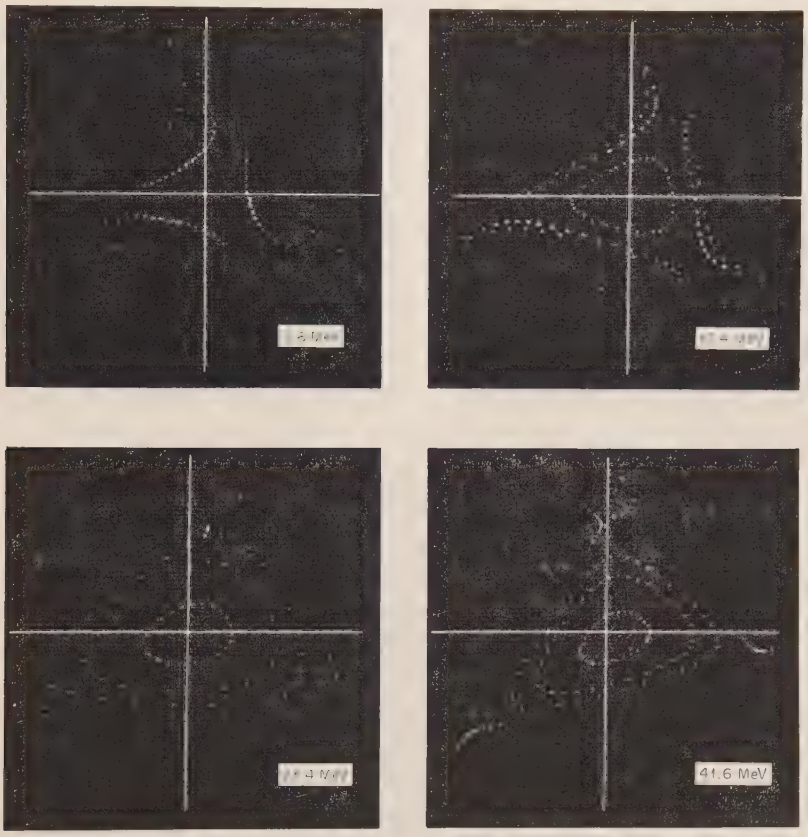


Fig. 2. Radial phase plots for N^{4+} ions in a three-sector, tight-spiral machine.

We return now to the three-sector machine described above. The phase plots obtained in this case are shown in fig. 2. Each picture contains a series of phase plots obtained at a given fixed energy as shown. As can be seen, the centers of these pictures are almost, but not

quite, on the equilibrium orbit. Full scale on these pictures is a displacement of $\frac{1}{64}$ cyclotron units = 4.4 in. The picture obtained at 41.6 MeV contains phase plots for four orbits, three stable and one unstable. The "knees" in the plots for the unstable orbit (where the points lower energies the results were at least comparable in the two cases.

Having completed the discussion of the preliminary investigation of the radial stability problem, we turn now to discuss the work done with magnetic fields obtained directly from the

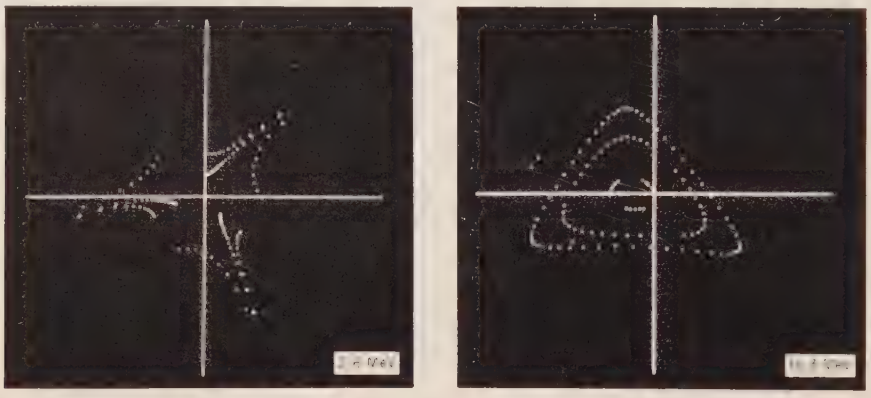


Fig. 3. Radial phase plots for N^{4+} ions for fields obtained from three-sector model magnet.

are closely spaced) give a good indication of the location of the fixed points in this case. The maximum stable amplitude is about 4 in., almost twice that of the four-sector machine. The picture obtained at 23.4 MeV is similar to that at 41.6 MeV, although the maximum stable amplitude is down to somewhat less than 3 in. The picture obtained at 10.4 MeV contains plots for one stable orbit and three unstable orbits (close together). The stability region is pretty well delineated and the maximum stable amplitude is about 1.5 in. The picture obtained at 2.6 MeV contains plots made from three orbits all unstable. An estimate of the size of the stability region leads to the conclusion that the maximum stable amplitude is about one inch. However, the results at this energy are not considered reliable since the flutter f used here does not approach zero properly at small r values and, hence, the driving force (which depends essentially on d^2f/dr^2) is very likely incorrect. The over-all results of this preliminary investigation of radial stability in the three-sector machine were very encouraging. In the middle of the machine the orbits are more stable than in the four-sector machine, while at three-sector magnet models. This work has included both protons and N^{4+} ions, which represent the two extreme cases. The results obtained with N^{4+} ions have generally verified those discussed above. In the middle and upper energy regions of this machine the limiting stable amplitudes range from 3 to 5 in. so that the orbit stability is quite good. For the sake of brevity we shall discuss here only the results obtained near the center of the machine. In fig. 3 we have two sets of phase plots obtained at 2.6 MeV and 16.3 MeV. In these pictures x is plotted vertically and p_x horizontally. The cyclotron unit here is 265 in. so that full scale in these pictures is a displacement of $\frac{1}{64}$ cyclotron unit = 4.14 in. The picture at 16.3 MeV shows phase plots (lightly off center) for three orbits, all stable. The stability limit indicated here is for an amplitude of 2 in. or more. The picture at 2.6 MeV shows phase plots for three orbits, unstable. The asymptotes along which the points move outward are clearly indicated. For the plot nearest the center we found that an amplitude growth from 0.5 to 1.0 in. requires about 20 revolutions. Note that since the energy gain per turn for N^{4+} ions is about

1.6 MeV, it requires only about 9 revolutions for the particles at 2.6 MeV to reach 16.3 MeV.

Turning now to the results obtained with protons we find that orbit stability over most of the machine is no problem at all. The values of ν_r rise significantly above unity for energies over 15 MeV. Beyond this energy the orbits are stable for amplitudes up to 5 in. and more. This being the case, we shall describe here only those results which pertain to the lowest energy region of the machine. Pictures of phase plots obtained at energies of 1.7, 6.7 and 15.1 MeV are shown in fig. 4. In these pictures x is plotted vertically, p_x horizontally. In two pictures (6.7 and 15.1 MeV) the equilibrium orbit position is somewhat off center. The cyclotron unit here is 84.9 in. so that full scale deflection in these pictures $= \frac{1}{16}$ cyclotron unit $= 5.3$ in. The picture obtained at 15.1 MeV shows plots for four orbits, all of which are stable. In this case the stability limit corresponds to an amplitude of at least 3.5 in. Note that $\nu_r = 1.07$ here. The picture obtained at 6.7 MeV contains plots for three orbits, one stable and the others, which overlap, unstable. The stability limit here corresponds to an amplitude of about one inch. For protons the energy gain per turn is 0.4 MeV so that it requires 21 revolutions for a particle at 6.7 MeV to reach 15.1 MeV where the limiting amplitude is over 3.5 in.

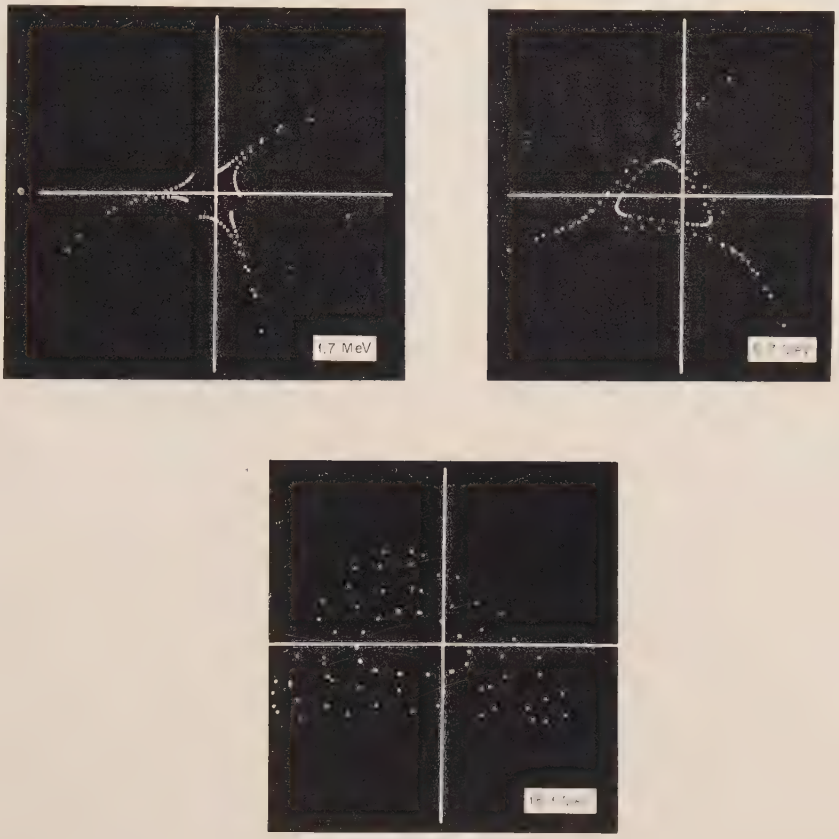


Fig. 4. Radial phase plots for protons for fields obtained from three-sector model magnet.

The picture obtained at 1.7 MeV contains plots for two orbits both of which are unstable. The asymptotes along which the points flow outward are clearly defined. One orbit with an initial displacement of 0.6 in. runs for 16 revolutions, the other with an initial amplitude of 0.9 in. runs for 15 revolutions.

We may summarize the preceding discussions by saying that radial stability of the orbits is

not much of a problem for the proposed three-sector machine except close to the center. Our investigations thus far have been made by means of phase plots obtained at constant energy. Close to the center of the machine we can expect the acceleration process to have a pronounced effect on the radial oscillations. Each time the particle crosses an accelerating gap there will occur a nearly discontinuous change in the amplitude and phase of its oscillation. These changes arise because of the outward shift of the equilibrium orbit and the increase of ν_r with increase of energy. The changes which occur in the phase are particularly important. As the results we have discussed show, the resonance phenomenon may cause either a growth or shrinkage in amplitude depending on the phase of the oscillation, so that a shifting of the phase tends to ameliorate the effects of the instability.

The radial stability problem at low energies can be viewed in the following way: If the particles reach an energy of 20 MeV or so, such that their (r,p_r) values lie within a certain area of phase space, then their orbits thereafter will be stable. If these particles are decelerated and retraced back down to near zero energy, their resultant (r,p_r) values must cover an area in phase space which includes the area occupied by the (r,p_r) values of the particles emitted by the ion source. Present computer codes have facilities for including acceleration effects on particle orbits and we plan to perform computations of this kind. The matching of the two phase areas is then the solution of the stability problem This can partly be accomplished by proper location of the ion source, although a location suited to protons, for example, will probably not be suited to N^{4+} ions. What is usually needed is a system of field coils which will produce a "$\cos\theta$" perturbation on the beam. If such a first-harmonic field has sufficient variability in strength and phase, it will serve to displace the (r,p_r) values of the particles in the beam to the proper area of phase space. With the computer facilities available here it should be possible to design a workable system.

2. Beam Deflection

The problem of beam deflection from a machine such as the ORIC is a rather difficult one. Whatever deflection scheme is used, it must work equally for low-energy heavy ions all the way up to the highest energy protons. Although the conventional electric deflection would work for the low-energy ions, it is quite unlikely that it would also work for 75-MeV protons. The beam deflection studies we have made so far are aimed at investigating the possibilities of magnetic deflection schemes. It is intended that the design of the beam deflection system will be worked out simultaneously with the design of the magnet. In this way it is hoped that a workable deflection system can be built into the machine from the start. As a result, the problems which arise from trying to obtain deflected beams after the machine is built would be avoided.

Our investigation of a magnetic deflection system is based on the Le Couteur system[8]), with appropriate modifications for use in an AVF cyclotron. In the section on radial stability we discussed the fact that the sector structure of the magnetic field, together with the closeness of ν_r to unity, gives rise to nonlinear resonance effects which limit the radial stability of the orbits. One may hope then to make use of this instability to help achieve beam deflection. The basic requirement for a deflection system is that it must produce a sufficient separation between successive turns so that most of the ions in each pulse can clear a septum and enter the exit channel. The nonlinear resonance effects have the required property. For a three-sector machine the increase in amplitude per turn is proportional to the square of the amplitude so that if a small radial oscillation is induced in the beam, the resonance can amplify this amplitude to achieve a large increase per turn.

A considerable amount of work on the nonlinear resonance deflection system has been done at ORNL in connection with the design of

[8]) K. J. Le Couteur, The Regenerative Deflector for Synchro-Cyclotrons, Proc. Phys. Soc. London B **64** (1953) 1073.

an eight-sector, 850-MeV, AVF cyclotron[9]). The results of this work show that such a deflection system can work quite well.

For the ORIC the first requirement for this system to work is a manipulation of ν_r. As pointed out in the section on radial stability, the value of ν_r for protons is significantly greater than unity (≈ 1.1) near the outside of the machine. As a result, radial oscillations with amplitudes up to 5 in. and more are stable. For deflection purposes this considerable degree of stability is undesirable. To shrink the range of stable oscillation amplitudes it is necessary to have the average field fall off near the outside. This field fall-off will reduce the value of k and hence also ν_r. One additional consequence of having the average field fall off is that the particles will lose phase. However, if a good degree of isochronism is maintained over the rest of the machine, then the total phase loss during extraction should not be enough to cause the particles to decelerate. Accompanying the decrease in k should be a corresponding decrease in flutter such that ν_z does not get too large. A decrease in flutter will also aid in dropping ν_r toward unity.

The second requirement for the success of the nonlinear resonance deflection system is a suitable field bump. The radial phase plots associated with the resonance are characterized by a central region of small oscillation amplitudes which is stable and a peripheral region of open phase plots of unstable orbits. Before the deflection process begins the beam will be located in the central stable region of phase space. Part of the deflection system must, therefore, contain a mechanism for shifting the beam from a stable area of phase space into a region of instability. After this has been done, the nonlinear resonance force will then act on the beam to increase its radial amplitude at a steadily increasing rate. The mechanism for shifting the phase space location of the beam is the so-called "field bump". The purpose of this field bump is to produce a force acting on the radial oscillations of the following form:

$$F = \varepsilon_0 \cos\theta + \varepsilon_1 x \cos 2\theta + \cdots$$

At resonance ($\nu_r = 1$), the first term in F (which is the most important here) causes the oscillation amplitude to grow at the rate of $\pi\varepsilon_0 R$ per revolution, where R is the radius of the orbit. The parameter ε_0 here is the ratio of the strength of the bump to the strength of the average field. Thus, for $\varepsilon_0 = 10^{-3}$ and $R \simeq 30$ in., the amplitude gain per turn will be about one-tenth inch. If the stability region in phase space is sufficiently reduced when deflection begins, then a relatively weak bump can be used. In addition to the strength of this bump, its azimuthal location is quite important. The region of phase space where the orbits are unstable is characterized by asymptotes along which the points representing particle orbits move either in or out, corresponding to growth or decrease in oscillation amplitude. The field bump must not only displace the phase space points of the particles into the region of instability, but must also displace them so that they move toward one of the asymptotes along which the amplitudes will continue to grow at an accelerated rate. This can be accomplished by a suitable choice of the azimuth at which the bump is located.

To summarize, the resonance deflection system consists of two parts. As the particles arrive at the outer orbits they are acted upon by a suitable field bump which builds up their radial oscillations. As these oscillations grow in amplitude the nonlinear driving forces take over and accelerate the rate of growth. This growth rate will eventually reach a point where the particles can in one turn clear a septum and enter the exit channel. This system differs from the usual Le Couteur system in that use is made here of the nonlinear driving forces already present in the machine so that the additional field bumps required need not be so large.

There is a very serious danger in this deflection system (as in the Le Couteur system also),

[9]) Physical Division Semiannual Progress Report, ORNL Report 2501 (March 10, 1958);
M. M. Gordon and T. A. Welton, Bull. of APS **3** (January 1958) 57.

namely the possibility that the beam will lose its axial stability during deflection. An essential part of the deflection process is the induction of large radial oscillation amplitudes in the beam. Whenever large radial amplitudes are present certain nonlinear coupling resonances become important and may lead to a disastrous growth in the axial oscillations. The coupling resonances which are important here are

$$\nu_r - 2\nu_z = 0\,; \qquad (N-1)\,\nu_r + 2\nu_z = N$$

where N is the number of sectors. As the radial oscillations grow in amplitude the nonlinear terms in the orbit equations cause ν_z to shift toward the resonant value given above, about 0.5. When ν_z reaches a resonant value, the amplitude of the axial oscillations then begins to increase. Since the amount of axial gap space available to the beam is quite limited, any such growth is harmful and may be disastrous. This effect has been studied extensively in connection with our work on beam deflection from the 850-MeV proton machine mentioned above. There we found that the effects of the coupling resonances limit the amount of radial amplitude build-up that can be achieved during the deflection process. These effects are considerably worse for tight-spiral machines since the spiral makes a large contribution to the nonlinearity of the machine. The work at Harwell on the four-sector, tight-spiral machine has amply demonstrated this point.

Our first study of this problem was made for the four-sector, tight-spiral machine with N^{4+} ions discussed in the preceding section on radial stability. We chose the energy for this orbit test run to be 58.7 MeV since other orbit data had already been collected there. We did not use the higher energy (94 MeV) since we wanted to be sure that the orbits would remain inside the machine for large radial displacements. The initial values of r and p_r for this orbit were so chosen that the orbit would be radially unstable. In addition, the orbit was given an initial axial displacement of about 1 in. from the median plane. (Since the axial motion is nearly linear, the results for other displacements are roughly proportional.) The radial phase plot for this orbit is the open (unstable) plot in fig. 1, at this same enrgy. The corresponding axial motion is shown in fig. 5. Points for this curve were

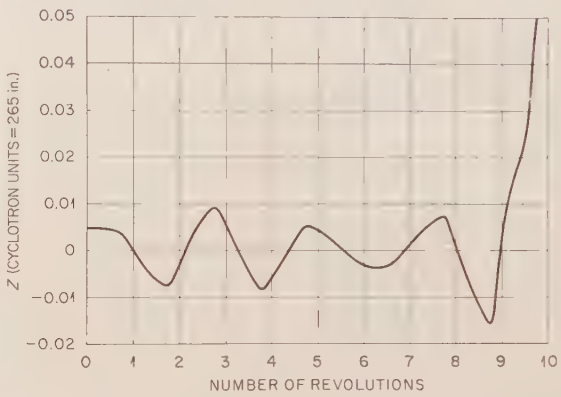


Fig. 5. Effect of coupling resonances on axial oscillations.

obtained from the computer z values plotted once per sector. During this run the radial amplitude increased from about 2 in. to about 6.5 in. in ten revolutions. As can be seen in fig. 5, the axial frequency shifts in and out of resonance with successively larger growths in amplitude. Our conclusion from this run is that coupling resonance effects would be diastrous during beam deflection in this type of machine. This conclusion is consistent with the results obtained at Harwell.

A similar study has also been made for the three-sector, weak-spiral machine with results which are much more encouraging. For this work we used fields obtained from the three-sector magnet model. For comparison with the above results we again considered N^{4+} ions, this time at an energy of 64.9 MeV. The equilibrium orbit code gave for this energy $\nu_r = 1.045$ and $\nu_z = 0.330$. Radial phase plots obtained at this energy are shown in fig. 6. Full scale in this figure corresponds to a deviation of about 4 in. from the equilibrium orbit. Two orbits are shown, one stable and the other unstable. The unstable orbit begins with a radial displacement of 1.0 in. and runs off the edge of the picture. This orbit was run again with an initial vertical displacement of 0.5 inches from the median plane. In this run the particle went 15 revolutions before

running off the outer end of the magnetic field. The z-motion of this orbit is shown in fig. 7. The curve shown was obtained from points plotted at intervals of once per sector. As can be seen, in this case the amplitude and frequency of the axial oscillations held quite steady over the entire length of the orbit. At the same time the amplitude of the radial oscillations grew from 1.0 in. to 7.2 in. The history of the radial motion over the last several revolutions of this orbit is tabulated below:

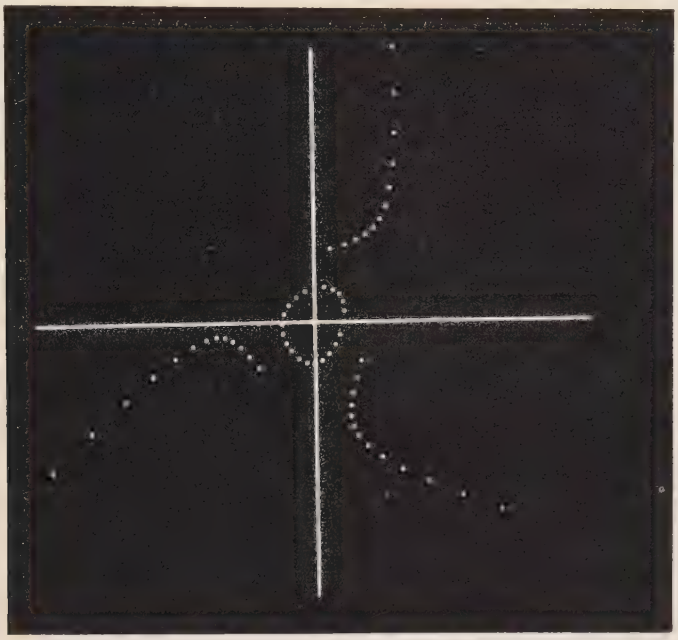


Fig. 6. Radial phase plot obtained with field from three-sector model magnet for N^{4+} ions at 65 MeV.

Rev. No.	r (in.)	Δr (in.)
10	30.178	
11	30.769	0.59
12	31.479	0.71
13	32.309	0.83
14	33.287	0.98
15	34.482	1.20

The particular θ value at which this data was recorded was such that the value of p_r did not change very much so that the increase in radial on Δr is quite apparent. For comparison, the Δr produced at this energy by an energy gain per revolution of 1.6 MeV is 0.3 inches.

oscillation amplitude here goes almost entirely into increasing r. The Δr in this table was calculated by taking the cyclotron unit as 265 in. The effect of the nonlinear driving force

Further work of this kind is now in progress with protons[10]).

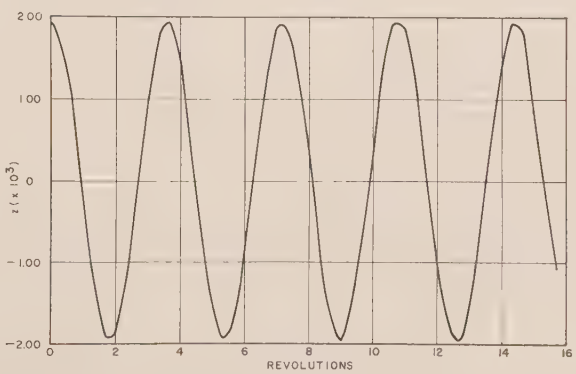


Fig. 7. Axial oscillations of orbit with unstable radial oscillations, 65-MeV N^{4+} ions in three-sector machine.

[10]) The work reported above was completed in September 1958. Since then Welton, Garren, and Smith have made additional runs which demonstrate that particles starting near the center, with proper choice of source location, eventually achieve stable orbits. Also, the authors have done a considerable amount of work on the beam extraction problem. When completed, these studies will be reported elsewhere.

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 234–237; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

THE OAK RIDGE RELATIVISTIC ISOCHRONOUS CYCLOTRON

ADDENDUM. SOME RECENT RESULTS OF ORBIT STUDIES†

R. H. BASSEL and R. S. BENDER

Oak Ridge National Laboratory††, Oak Ridge, Tennessee

Received 7 November 1960

Recently developed analytic expressions for the focusing frequencies and other parameters of orbit motion make interpretation of magnetic field data more meaningful and calculations with small-N machines more precise.

Until recently the approximate formulas for the betatron frequencies, isochronism, size of the stability region, and deflection properties were inadequate. As a result, one was forced to use the orbit codes expermentally in a hit-or-miss process. If a given magnetic field did not have satisfactory properties, there was little or no clue to guide modification of the magnetic field to obtain better performance. Moreover, some of the desired orbit features are contradictory. With the high cost of computer time, the need for better formulas became obvious.

Recent work by Smith and Garren[1]), Parzen[2]), and Bassel[3]) has greatly eased the problem of magnetic field design. A magnetic field with the number of sectors, N, stated explicity is defined in eq. (1) the quantities used are defined in eq. (2). Dimensionless derivatives are used. It is clear

$$B(r,\theta) = \overline{B}(r)\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r)\cos Nn\left\{\theta - \phi_n(r)\right\}\right] = \overline{B}(r)\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos Nn\theta + b_n \sin Nn\theta)\right] \qquad (1)$$

where

$$a_n = A_n \cos Nn\phi_n(r)\ ; \qquad b_n = A_n \sin Nn\phi_n(r)\ ;$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ; \qquad Nn\phi_n(r) = \tan^{-1}\frac{b_n}{a_n}\ .$$

Fig. 1. Definition of magnetic field.

$$\overline{B}(r),\ a_n,\ b_n,\ K,\ a'_n,\ b'_n,\ K',\ a''_n,\ b''_n,\ K'',\ a'''_n,\ b'''_n$$

$$\tan\gamma_n = r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\phi_n(r)\ ; \qquad \text{and} \qquad \tan'\gamma_n = r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(\tan\gamma_n)\ .$$

$$\gamma_n = \text{spiral angle}\ .$$

$$K = \mu' - \frac{r}{\overline{B}}\frac{\mathrm{d}\overline{B}}{\mathrm{d}r}\ ; \qquad K' = \mu'' = \frac{r^2}{\overline{B}}\frac{\mathrm{d}^2\overline{B}}{\mathrm{d}r^2}\ ; \qquad K'' = \mu''' = \frac{r^3}{\overline{B}}\frac{\mathrm{d}^3\overline{B}}{\mathrm{d}r^3}\ .$$

† This is an addendum to a series of three articles describing the development and design of a fixed-frequency cyclotron being built to provide variable-energy acceleration of protons to 75 MeV and N^{4+} to 100 MeV. The series was originally compiled and edited as the proposal document by R. S. Livingston and F. T. Howard.

†† Operated for the USAEC by Union Carbide Corporation.

[1]) L. Smith and A. A. Garren, Orbit Dynamics in the Spiral-Ridged Cyclotron, Lawrence Radiation Laboratory, Report UCRL-8598 (January 12, 1959).

[2]) G. Parzen, A Summary of the Linear Orbit Properties of an Accelerator Having a General Magnetic Field, Midwestern Universities Research Association Report MURA-454 (April 21, 1959).

[3]) Unpublished ORNL Notes.

$$a'_n = r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}a_n\,; \qquad a''_n = r^2\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}a_n\,; \qquad a'''_n = r^3\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}r^3}a_n\,.$$

$$\sigma^2 = 1 + K\,; \qquad \lambda^2 = 2K + K'\,.$$

$$D^2 = \left[a''_1 + 5a'_1 + a_1\left(3 + \frac{K'}{2} + \frac{K''}{8}\right)\right]^2 + \left[b''_1 + 5b'_1 + b_1\left(3 + \frac{K'}{2} + \frac{K''}{8}\right)\right]^2. \tag{2}$$

Fig. 2. Definitions of quantities used.

that the formulas are not suited for hand calculation; they are being programmed for the IBM-704 computer. The program will handle up to 15 harmonics, the number to be specified by the user. In this way only the number of harmonics required by a given field array need be used to obtain sufficient accuracy. Checks with the actual orbit calculations indicate that the accuracy of the approximate formulas is of the order of 1% when applied to the ORIC type of magnet. The formulas for ν_r and ν_z, eqs. (3) and (4), apply to any number of sectors. The coupling term C, eq. (5), gives the coupling between axial and radial oscillations. It is vital in the deflection process since large radial amplitude of oscillation are required to get a sufficient increase in radius per turn. If C is large, then axial oscillation amplitudes will be excited and the beam will hit the top and bottom of the dees before it is extracted. C is actually the coefficient of the xz term in the axial equation of motion. A little experience in orbit running should indicate the safe range of values of C. The driving term D, eq. (2), gives the effect of the nonlinear terms in the equation of motion on the increase of amplitude of oscillation. The largest stable amplitude is 16 $(\nu_r - 1)/D$. The maximum gain in radius per turn, neglecting the effects of dee voltage, is for an amplitude of radial oscillation, A, larger than the stable region; $\Delta R = \frac{1}{8}\pi D A^2$.

$$\begin{aligned}
\nu_r^2 = 1 + K + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\Bigg\{&\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right]^2\frac{(Nn)^2}{[(Nn)^2 - 4\sigma^2]^2} + \\
&+ \frac{2(Nn)^2}{[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]}\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] - \frac{1 + 3K + K'}{2\sigma^2}\left[\frac{3(Nn)^2 - 2 + K'}{[(Nn)^2 - \sigma^2]^2}\right] + \\
&+ \frac{3K' + K''}{2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]^2} - 4\sigma^2\frac{[(Nn)^2 - 1 + (K'/2)]}{[(Nn)^2 - \sigma^2]^2\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]} - \sigma^2\left[\frac{3(Nn)^2 + 2\lambda^2}{Nn[(Nn)^2 - 4\sigma^2]\,[(Nn)^2 - \sigma^2]}\right]^2 + \\
&+ \frac{3\sigma^2}{2}\left[\frac{Nn}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right]^2\Bigg\} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n a'_n + b_n b'_n)\Bigg\{\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - 4\sigma^2}\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] + \\
&+ \frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]} - \frac{1 + 3K + K'}{2\sigma^2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]} + \frac{1}{(Nn)^2 - \sigma^2}\left[1 - \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] - \\
&- \frac{2\sigma^2\,[3(Nn)^2 + 2\lambda^2]}{(Nn)^2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]^2}\Bigg\} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a'^2_n + b'^2_n}{(Nn)^2 - 4\sigma^2} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n a''_n + b_n b''_n}{(Nn)^2 - \sigma^2}\,.
\end{aligned} \tag{3}$$

Fig. 3. General formula for radial frequency, ν_r.

There is a change in ν_r with amplitude which is measured by the quantity K''. Too large a value of K'' is catastrophic for resonance deflection. The driving force supplied by the azimuthal variations in the field can then decrease the amplitude of oscillations. The significant quantity is the ratio of

$$\nu_z^2 = -K + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\left\{\frac{(Nn)^2}{(Nn)^2-(1+K)} + \tfrac{1}{2}\left(K + \frac{3K'}{1+K}\right)\left[\frac{Nn}{(Nn)^2-(1+K)}\right]^2 - \right.$$

$$\left. -\left[K'\frac{2+K}{1+K} + \frac{K''}{2} - \frac{(K')^2}{2(1+K)}\right]\left[\frac{1}{(Nn)^2-(1+K)}\right]^2 + \frac{K'^2}{(Nn)^2[(Nn)^2-(1+K)]^2} - \frac{4K(K')^2}{(Nn)^4[(Nn)^2-(1+K)]^2}\right\} +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n a'_n + b_n b'_n)\left\{\frac{2K'}{(Nn)^2[(Nn)^2-(1+K)]} - \frac{1+K-K'}{(1+K)[(Nn)^2-(1+K)]} - \frac{8KK'}{(Nn)^4[(Nn)^2-(1+K)]}\right\} -$$

$$- \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n a''_n + b_n b''_n}{(Nn)^2-(1+K)} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a'^2_n + b'^2_n)\left\{\frac{1}{(Nn)^2} - \frac{4K}{(Nn)^4}\right\}. \tag{4}$$

Fig. 4. General formula for axial frequency, ν_z.

D to K''. It is well to emphasize that very small variations in $\bar{B}(r)$ change this ratio a large amount. As an example, four analytic fields were set up based on smooth analytic formulas each of which fitted a given $\bar{B}$ to within 0.2 % over the entire deflection area. The ratio of D to K'' changed, however, by a factor of 30. The quality of deflection as shown by orbit runs correlated very well with this ratio. It is only too clear that many of the properties of AVF cyclotrons depend critically on subtle properties of the magnetic field. It should be noted that both D and K'' are valid only for the case of a 3-sector magnet while the formulas for ν_r, ν_z, and C hold for any value of N. Work on the formulas for 4, 6, and 8-sector machines is in progress.

A serious problem in using measured magnetic fields in the orbit codes for the Oracle computer arises from the fact that these codes are sensitive to errors in measuring magnetic fields. It is not clear whether the problem is due to overflow or round-off in the code or on inherent limitation in the use of Runge-Kutta integration of the equations of motion. When random errors corresponding to 1% measurement errors were added to a field configuration derived from a smooth analytic function, the change in ν_z was the order of 30%. Random errors of 0.1 % introduced small errors in isochronism and frequencies of oscillation. Since high accuracy is also necessary to evaluate the derivatives in the approximate formulas, an elaborate field measuring equipment has been designed to achieved an over-all accuracy of the order of 0.03 percent. Since there are field gradients of the order of 1500 oersted per inch, the field measuring probe should be positioned to one-thousand of an inch.

$$C = -K' - 2K + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\left[-\frac{K''}{(Nn)^2} - \frac{4K'}{(Nn)^2} - \frac{2K}{(Nn)^2} + (3K+4)\tan^2\gamma_n + 3\tan\gamma_n\tan'\gamma_n + K\right] +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n a'_n + b_n b'_n)\left[1 + 3\tan^2\gamma_n - \frac{3K'+8K+2}{(Nn)^2}\right] + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{3K}{(Nn)^2} + \frac{4}{(Nn)^2}\right]\left[\frac{(a_n a'_n + b_n b'_n)^2}{a_n^2 + n_n^2} - \right.$$

$$\left. -(a'^2_n + b'^2_n) - (a_n a''_n + b_n b''_n)\right] - \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(Nn)^2}\left\{3(a'_n a''_n + b'_n b''_n) + (a_n a'''_n + b_n b'''_n) - \right.$$

$$\left. -\frac{3(a_n a'_n + b_n b'_n)}{a_n^2 + b_n^2}\left[(a'^2_n + b'^2_n) + (a_n a''_n + b_n b''_n) - \frac{(a_n a'_n + b_n b'_n)^2}{a_n^2 + b_n^2}\right]\right\} \tag{5}$$

Fig. 5. General formula for the coupling term, C.

If the field is measured on a polar grid with angular intervals as fine as 2 degrees and with 40 radial positions, some 7200 points must be measured. Experience has shown the difficulty of avoiding errors in writing so much data. As a result, the apparatus will be completely automatic. The field measuring device, a Hall probe, will be positioned on a polar grid and the resultant voltage punched

on paper tape. To avoid the errors caused by a large temperature coefficient, about 0.05%/°C, thermistor compensation will be used, and the Hall probe will be operated at constant power input.

The tape with the position, voltage output of the Hall probe, voltage of a monitoring probe, and provision for other data if needed must then be processed. Several corrections must be made, for example, subtraction of the voltage output of the probe with no field, the nonlinearity of voltage output versus magnetic field inserted, the effects of amplifier or magnet excitation drift, corrections for the effect of finite area of the probe in a nonuniform field, and correction for positioning errors. The corrected magnetic field data will then be smoothed radially by a super-spline fit and azimuthally by using a finite number of harmonics. Then the approximate formulas will be evaluated and the actual orbit studies done. The above programs, coded for the IBM 704, are available, or will soon be.

Present Status of ORIC Project

As of early October 1959 the design of ORIC has reached approximately the half-way mark, and a good beginning has been made on the fabrication of some items. The magnet yoke and main coils are completely fabricated and are installed in a temporary location for magnetic field measurements. Final model work is under way to determine the details of the auxiliary windings and r-f components. Excavation for construction of the cyclotron building is under way. Final detailed drawings and specifications of the building portion of the project will be completed by the end of the month. The structure should then be completed in approximately one year. Operation during late 1961 is anticipated.

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 238–242; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

TECHNIQUES OF CHEMICAL RESEARCH WITH THE ELECTRON VAN DE GRAAFF

C. D. WAGNER, V. A. CAMPANILE and V. P. GUINN

Shell Development Company, Emeryville, California

Received 20 October 1959

The 3 MeV electron Van de Graaff at Shell Development Company is at present used as a source of high energy electrons, high energy photons, and thermal neutrons, the machine time for activities with these being approximately equal. Kinds of research include development of radiation-stable petroleum products, exploration of new processes based on radiation, basic research in organic radiation chemistry, and neutron activation analysis. The following is an account of several phases of the work performed to adapt the accelerator to these uses.

1. Accelerator Modifications

Some changes have been made in the accelerator as supplied, to promote efficient research use. An automatic timer has been added to the console, actuated by the beam current on-off switch; a range switch and shunt resistors have been incorporated with the beam current meter to make it more useful at low beam currents, and recorders have been added for beam energy and beam current, that for the latter being capable of recording at one microampere full scale.

To accommodate these revisions two extra racks have been added to the two furnished, one for the recorders, the second for control of the chemical experiments. On the latter rack are a recorder of thermocouple potentials, controls of laboratory services to the target room, controls of the sliding irradiation table, power variable transformers and inert gas supplies, and the closed circuit television monitor and camera controls.

2. The Partial Absorption Voltage Checker

A more convenient method than the deuterium photoneutron threshold method was needed for routine checking of the calibration of the generating voltmeter. The method developed[1]) is termed the partial beam absorption method. At 3 MeV about 40% of the electron beam is absorbed in a $\frac{1}{8}$ inch aluminum plate, and 60% is transmitted. At this beam energy the ratio of the transmitted to the incident current changes 1% for every 25 000 volts of beam energy. With the arrangement shown in fig. 1,

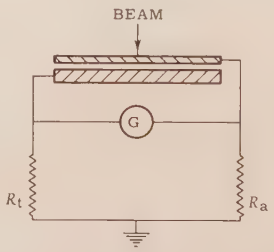


Fig. 1. Principle of the partial absorption voltage checker.

the resistors are selected so that at 3 MeV the potentials due to the absorbed and transmitted currents just balance, as shown by a null on the galvanometer. (For this purpose, the apparatus must be standardized at the start using the deuterium photoneutron threshold.) With 100 μamp incident beam, ca. 1000 ohm resistors and a galvanometer with 1000 ohm resistance and a sensitivity of 0.3 μamp/division, the sensitivity of the apparatus is 15 000 volts in beam energy per division of unbalance. Thus the voltage may quickly be checked with a

[1]) V. A. Campanile and C. D. Wagner, Nucleonics (July 1959) 74.

reproducibility well within the voltage stability and well within the accuracy of the initial standardization.

3. Electron Flux Contours

Before the accelerator was used extensively, the beam current geometry in space was determined using a shielded aluminum collector beneath a 1 cm^2 hole in a $\frac{1}{8}$" iron plate. This, passed on the moving table through the beam, gave a recorded signal directly in microamperes per cm^2. Conversion of time into axial displacement knowing the table velocity enabled plots to be

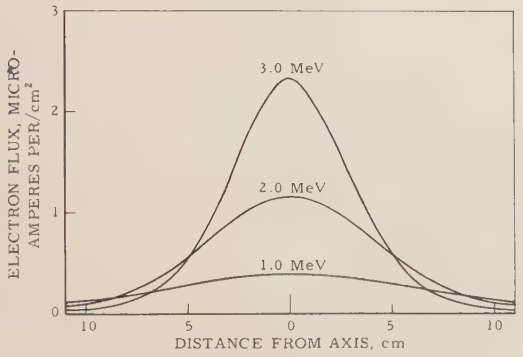


Fig. 2. Electron flux vs distance from beam axis. 25 cm below window, 100 microamperes, beam current, not scanned.

made of current density vs. axial displacement. Curves for the unscanned beam at 3, 2 and 1 MeV, and the scanned beam are shown in figs. 2 and 3.

These incident current densities may be converted directly into incident dose rate by the formula:

$$\frac{dD}{dt} = 3.6 \times 10^8 \left(\frac{dE}{dx}\right)\left(\frac{I}{A}\right)$$

where dD/dt is the dose rate in rads per hour, dE/dx is the energy loss per 3 MeV electron in MeV/g·cm^2, and I/A is the current density in μamp/cm^2. It is to be noted that a value for I/A for a scanned beam may be misleading where instantaneous dose rates are important for kinetic reasons in chemical systems. The true value for maximum instantaneous dose rate as the scanned beam is traversing the sample must be derived from current density data for the unscanned beam.

Doses to thin materials passed perpendicularly through the plane of the scanned beam may be calculated readily if the value for dE/dx is known. For samples passed close to the exit window,

$$D_{(\text{rads})} = 10^5 \left(\frac{dE}{dx}\right)\left(\frac{I}{SV}\right)$$

where I is the current in microamperes, S is the scan width in cm, and V is the velocity of passage through the beam in cm/sec.

4. X-ray Intensity Contours

A similar survey was made of X-ray intensity beneath the horizontal gold target supplied by HVEC. For this purpose a 2 cm long × 1.2 cm diam. ionization chamber was constructed. With a 300 volt anode potential and a 1 megohm resistor between cathode and ground,

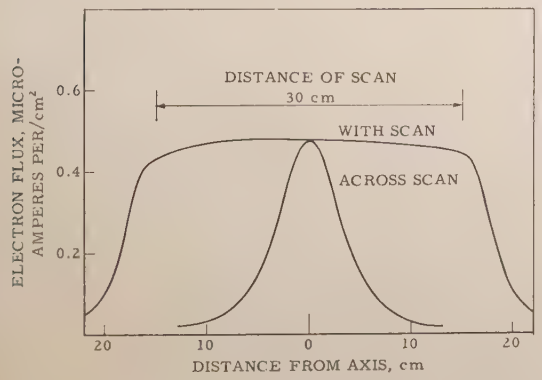


Fig. 3. Flux distribution in a scanned electron beam. 100 microamperes, 3.0 MeV, at 25 cm below window.

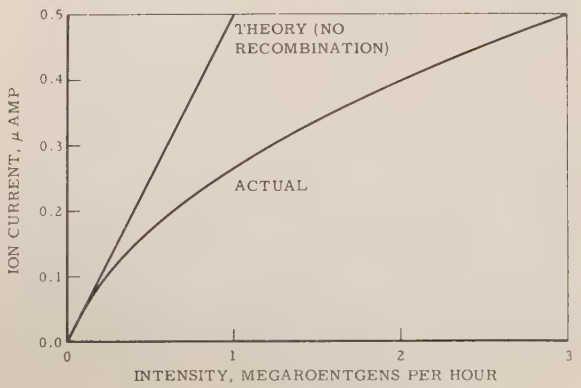


Fig. 4. Calibration curve for ionization chamber.

ionization currents of the order of microamperes were obtained with megaroentgen/hour field intensities. The calibration plot of fig. 4 was determined by ceric ion dosimetry. The chamber was moved through the field on the moving

5. Techniques of Irradiation

Experience has been gained with this accelerator irradiating solids to doses of 10^7–10^9 rads, and liquids from 10^8–3×10^9 rads. With the latter, irradiations have been conducted

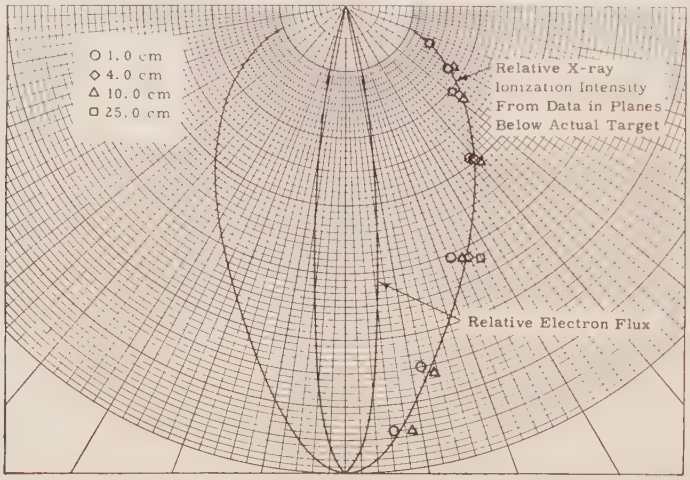


Fig. 5. Angular distribution of electron and X-ray intensities. (3.0 MeV, no scan, gold target for X-rays).

table, and ionization currents recorded against time. The angular relative intensity graph of fig. 5 and the axial intensity vs. distance curves of fig. 6 were then constructed. The directionality of the electron beam is included in fig. 5 for comparison. It is apparent from fig. 6 with unscanned and 12.5 cm scanned beams that X-ray dose rates to finite samples of 2×10^7 to $> 10^8$ roentgens per hour are possible, depending on the extent to which the scan can be reduced[2]).

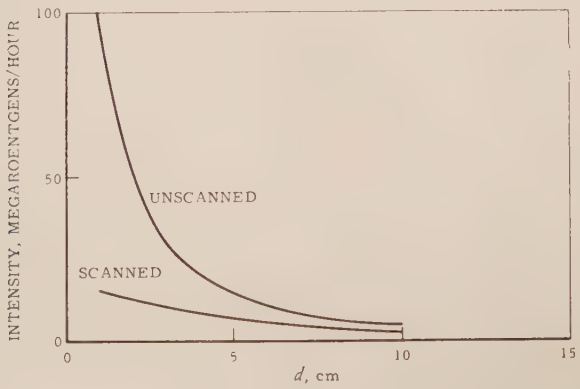


Fig. 6
Axial beam intensity from gold target. (1000 μamp beam.)

from $-195°$ C to $+250°$ C, in the presence and absence of air, with and without collection of evolved gases. With electron irradiation of solids the principal problems are dissipation of heat and uniformity of dose with depth. With liquids the problems include stirring, temperature control, air exclusion, gas evolution, and dose rate.The use of a vertical electron beam here presents extra problems because stirring must be done from below or form the side, and gas bubbles evolved must be quickly removed.

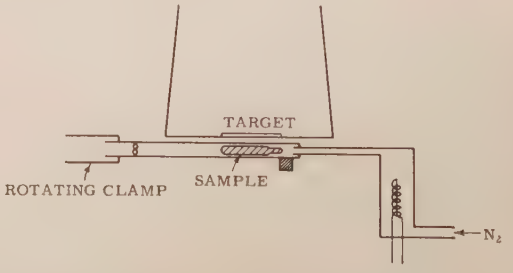


Fig. 7. Method of irradiation with X-rays.

[2]) Since this paper was given, a new X-ray target has been constructed permitting use of the unscanned beam at full power (Nucleonics (July 1959) 99). Intensity at the external surface of the target is 6×10^8 rads/hour. Does rate to a one ml sample is 1×10^8 rads/hour.

For small samples and doses in the range of 10^5–10^7 rads, X-rays are the preferred energy form, for sealed ampoules may readily be used. A convenient arrangement is shown in fig. 7, in which a heated or cooled nitrogen stream is passed over the vial, rotated in a tube beneath the gold target.

For larger samples or higher doses the electron beam is necessary. A convenient apparatus for moderate temperature where rigorous exclusion of air is not necessary is the Waring Blender, shown in fig. 8 with a metallic vessel, cooling coil, and inert gas inlet. A thermocouple is ordinarily inserted, and an aluminum foil window over the top added.

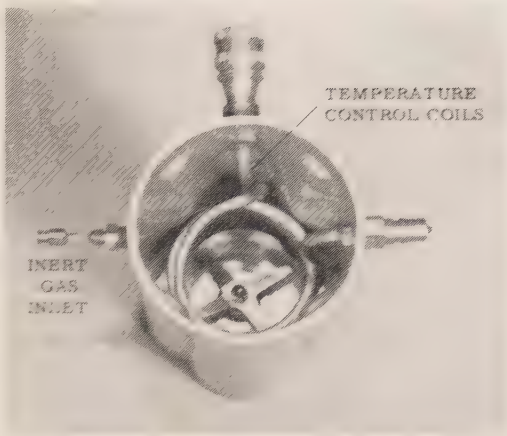


Fig. 8. Waring blendor irradiation vessel.

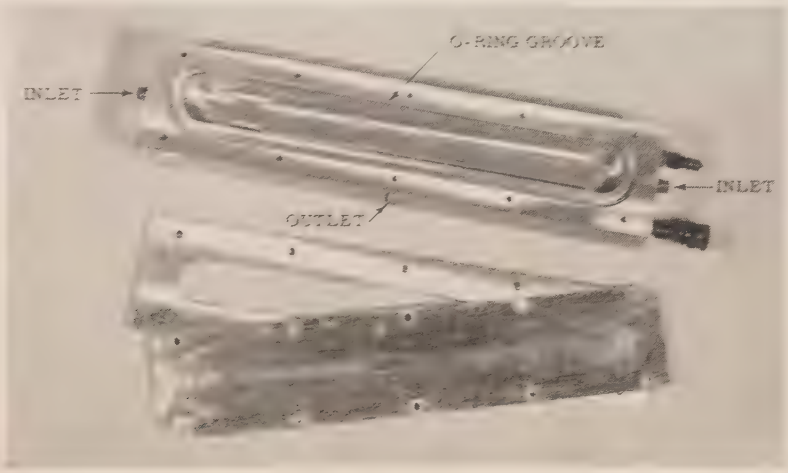


Fig. 9. Aluminum cell for high power, large volume irradiations.

For larger volumes the apparatus of fig. 9 has been used. Liquid is pumped into the water-cooled aluminum tray at the ends, irradiated, and led out from the top by an exit tube (not shown) through the center tap. The liquid is covered by the foil and sealed with an o-ring (not shown) by the pressure plate. The liquid is passed through a degassing device (about 1.5 liters of gas is formed per minute with saturated hydrocarbons and a 3000 watt beam), a heat exchanger, and a pump before returning for a second pass.

More rigorous control of atmosphere is attained in a round bottom flask (fig. 10) fitted

Fig. 10. Glass irradiation flask. (O-ring not shown).

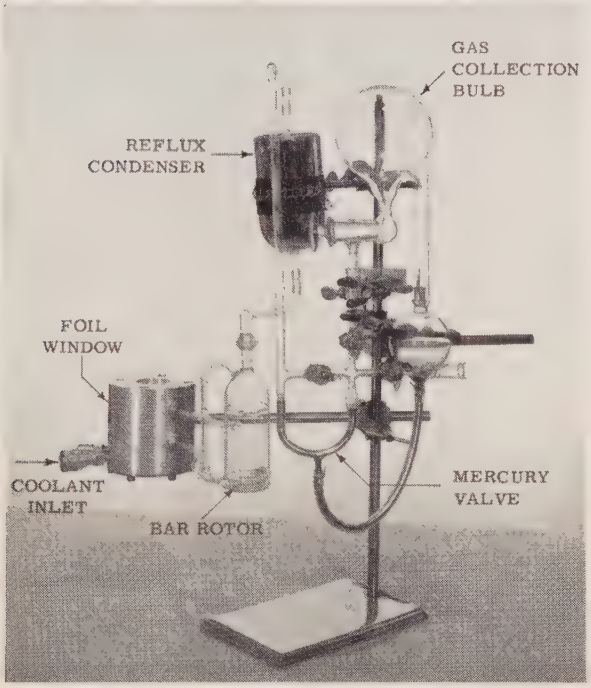


Fig. 11. Apparatus for electron irradiations.

with side-arms and a center, pyrex pipe, beam inlet. On this a threaded ring engages a cap which seals an aluminum window against the pipe with an o-ring. Stirring, gas removal, and/or reflux are accomplished through the side-arms.

For basic research involving small volumes (100 cc) of sample, exclusion of air, and gas collection, the apparatus shown in fig. 11 has proved effective. Irradiation is performed in an all-aluminum cell, with slanting window for effective gas removal and a heat exchanger beneath. Stirring is accomplished by a teflon-enclosed magnetically driven bar in a glass centrifugal pump housing. Gas evolved passes through a reflux condenser, and a mercury valve, which maintains constant pressure, into an evacuated bulb.

6. Neutron Activation Analysis

Following the report of Moses and Saldick (Nucleonics 14 (9) (1956) 118) that significant thermal neutron fluxes were attainable by the (γ,n) reaction on beryllium, a 6″ cube of beryllium was obtained and made into a suitable neutron source by immersion in water with a surrounding shield of boric acid. This could be moved beneath the gold target. Eight sample ports were constructed adjacent to the block, to hold as many as 24 25-ml samples in polyethylene bottles. A flux of 8×10^7 thermal neutrons per cm^2 sec is attainable in these sample volumes. With a 100 channel analyzer and large sodium iodide crystal well counters, a purely instrumental method of analysis of organic and inorganic samples has been developed[3]). The method, based on gamma ray spectrometry, has been applied to twenty-seven elements. Sensitivities for sixteen of these range from 0.1–10 ppm; elements C, H, O, N, S, P, Si, and Fe do not produce measurable gamma activities and therefore do not interfere. The average time per sample for activation and counting is about ten minutes, irrespective of half-life, which ranges from minutes to hours. The accelerator is now being operated on an evening shift for routine activation analysis.

Acknowledgment

The authors are grateful to E. R. Bell, whose measurements with ceric and ferrous dosimeters provided the absolute basis for the X-ray intensity contours.

[3]) V. P. Guinn, and C. D. Wagner, Instrumental Neutron Activation Analysis, American Chemical Society Meeting, April 1959; to be published in Analytical Chemistry.

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 243–275; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

LES LENTILLES QUADRUPOLAIRES MAGNETIQUES (II)

PIERRE GRIVET et ALBERT SEPTIER

Laboratoire d'Electronique et Radioélectricité de la Faculté des Sciences de Paris,

B.P. No. 9, Fontenay-aux-Roses (Seine)

Reçu le 19 mai 1959

After recalling the optical properties of quadrupole lenses and showing the results of magnetic measurement giving the field configuration in the spaces crossed by the particles, we give a method of direct study of optical properties and, in particular, of aberrations in a system of two crossed lenses. This is done by means of a special ionic-optical bench.

We show that the aperture defect can be corrected in a relatively simple way in this type of lens, by correcting the profile of the polar pieces.

The last part is devoted to the calculation of the aperture defects by different methods. After giving the equations of motion to the third order, we show a simple method of calculation which is based on representing the characteristic function of the lens by a rectangular model, and which gives fairly good results. We then give the results of calculations made by different électronic machines. This calculated results are very near to the experimental results, but more optimistic.

TROISIEME PARTIE

MESURE DES PROPRIETES OPTIQUES PAR DES PROCEDES D'OPTIQUE CORPUSCULAIRE. ELEMENTS CARDINAUX ET ABERRATIONS.

1. Principe de la méthode. Généralisation à d'autres systèmes

Lorsqu'on représente la fonction $K(z)$ par le modèle évolué, les expressions des trajectoires, de la distance focale et de la position des foyers sont très compliquées; leur élaboration numérique dans des cas typiques a permis de vérifier que les résultats étaient très proches de ceux de l'approximation rectangulaire. L'utilisation de ce modèle évolué ne se justifie donc pas pour les calculs au premier ordre, à la précision ordinairement requise en pratique (5% environ)[19]).

Il en va autrement pour le calcul des aberrations; le modèle évolué permet de tenir compte des champs de fuite et des non-linéarités du champ, qui se traduisent par la présence dans les équations du mouvement de termes en $\mathrm{d}k(z)/\mathrm{d}z$ et $\mathrm{d}^2k(z)/\mathrm{d}z^2$. Des calculs ont été effectués grâce à ce modèle à l'aide de machines électroniques. Nous en parlerons dans la quatrième partie.

Cependant ces calculs ne tiennent pas compte:

– de la variation de la longueur efficace lorsque la distance à l'axe varie,

– des inhomogénies de champ au voisinage des extrémités des pièces polaires,

et on doit supposer que les aberrations réelles seront supérieures aux aberrations calculées. On ne peut jusqu'à présent évaluer l'effet total qu'en ajoutant les effets de ces différents facteurs, qui ont été calculés séparément.

La méthode la plus directe pour connaître sûrement les aberrations réelles tenant compte de tous les termes perturbateurs, consiste à explorer le système étudié à l'aide de faisceaux de particules, les trajectoires étant les mêmes que dans les conditions normales d'utilisation. Les équations du mouvement montrent que si le facteur β reste inchangé, les propriétés optiques de la lentille seront rigoureusement conservées. Pour les lentilles électrostatiques on

[19]) M. Y. Bernard, Détermination précise des éléments cardinaux dans les lentilles à convergence forte, C.R. 240 (1955) 1612–1614.

pourra utiliser des particules d'énergie très faible, ions ou électrons; mais dans le cas des lentilles magnétiques, le champ rémanent ne sera plus négligeable aux faibles excitations. Il peut en effet ne pas avoir la même symétrie et la même topographie que le champ normal; les trajectoires obtenues avec des champs trop faibles risquent de ne pas correspondre exactement aux trajectoires réelles.

Nos mesures de champ ont montré qu'il ne pouvait y avoir de saturation locale des pôles, et par suite de déformations du champ. Il suffira donc d'utiliser des particules d'énergie telle que le courant d'excitation crée des champs nettement supérieurs au champ rémanent.

Cette méthode d'exploration peut être généralisée à tous les systèmes magnétiques non saturés: lentilles, déflecteurs et analyseurs, et à tous les systèmes électrostatiques utilisés dans la technique des accélérateurs; on peut mener l'étude sur maquettes réduites, ou sur modèles à l'échelle unité.

Dans tous les dispositifs magnétiques intervient le facteur $A = p/e$. Il faut utiliser des particules de moment cinétique p le plus grand possible, mais l'emploi de très hautes tensions d'accélération est particulièrement délicat pour des études de longue durée, et nécessite la construction d'un petit accélérateur auxiliaire. Nous préconisons ici l'emploi d'ions lourds utilisables avec des tensions de l'ordre de 50 à 200 kV, qui sont maintenant courantes dans tous les laboratoires.

La connaissance de la valeur des aberrations étant essentielle dans notre étude, nous avons construit spécialement un banc d'optique ionique bien adapté aux exigences nouvelles de l'optique corpusculaire appliquée aux accélérateurs: faisceau de très grandes dimensions et cependant dénués d'aberrations propres.

2. Banc d'optique ionique[20])

2.1. SOURCE D'IONS

On peut produire simplement des faisceaux d'ions intenses par simple chauffage de certains alumino-silicates alcalins obtenus synthétiquement, et étudiés systématiquement par G. Couchet[21]): le meilleur rendement s'obtient avec la β-eucryptite, de formule Al_2O_3, 2 SiO_2, M_2O où M désigne le métal alcalin. On dispose ainsi d'ions de masses variées: Li^+_7, Na^+_{23}, K^+_{39}, Rb^+_{85} et Cs^+_{133}.

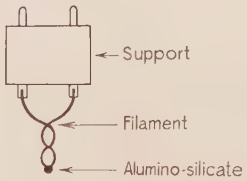


Fig. 62

La source est formée d'une sphérule d'aluminosilicate de 1 à 2 mm de diamètre, fixée par fusion à l'extrémité d'un filament de tungstène de 0.1 mm de diamètre, doublement torsadé (fig. 62); sur un filament en épingle à cheveux classique, une fusion accidentelle de la boule peut s'accompagner d'un déplacement sur le fil, et la source est alors inutilisable. Les températures de fusion approximatives des différents alumino-silicates sont données dans le tableau suivant:

M	Li	Na	K	Rb	Cs
T (°C)	1450	1100	1000	2000	2200

L'émission commence vers 1000° C. La source précédente peut dans les cas les plus favorables fournir un courant de 40 à 100 μA d'ions pendant plusieurs dizaines d'heures de fonctionnement. La durée de vie est limitée par la coupure du filament chauffant attaqué par les produits d'électrolyse de l'aluminosilicate.

Le tableau suivant donne le rapport entre la valeur du moment cinétique d'ions alcalins de 50 keV et de protons de 50 MeV, et l'intensité minimum correspondant aux conditions d'em-

[20]) A. Septier, Un banc d'optique ionique pour l'étude de lentilles magnétiques quadrupolaires et de déflecteurs magnétiques destinés aux accélérateurs de particules, C.R. **245** (1957) 1406–1409.

[21]) G. Couchet, Contribution à l'étude des sources solides ioniques, Ann. Phys. Paris (1954) p. 731 (Thèse de Doctorat).

ploi ($I \approx 4$ A pour des protons de 50 MeV lorsque $a = 4$ cm)

M	Li	Na	K	Rb	Cs
p_{M^+}/p_{H^+}	0.084	0.151	0.197	0.292	0.362
I_m(A)	0.33	0.6	0.79	1.17	1.45

Les mesures de champ ont montré que le gradient du champ rémanent était symétrique, homogène et de l'ordre de 2 à 3 gauss/cm, c'est-à-dire très inférieur au gradient produit par le courant minimum de 0.33 A (33×10^{-2} web/m^3 = 33 gauss/cm).

On pourra donc utiliser des ions Li^+_7 d'énergie très basse: 50 kV par exemple.

2.2. SYSTEME ACCELERATEUR (fig. 63)

La disposition à axe horizontal, nécessaire pour l'étude de nos lentilles, complique la construction. Il comporte:

– un canon triode classique avec wehnelt et anode fixes; le filament est mobile dans toutes les directions: axialement, grâce à une membrane souple (tombac) dont l'enfoncement est réglé par le jeu d'une vis sans fin, et transversalement grâce à un joint glissant étanche.

L'anode est munie de deux diaphragmes de 1 mm de diamètre.

– deux lentilles accélératrices E_1 et E_2 à cylindres inégaux dont l'un cache au faisceau la vue des isolants extérieurs, séparées par 3 isolants de porcelaine ondulés, longs de 25 cm formant l'enceinte à vide. Le potentiel de E_2 varie et permet d'en faire varier la convergence.

L'ensemble donne un faisceau ionique fin, avec un cross-over de 0.5 mm de diamètre à 50 cm de la sortie du tube accélérateur.

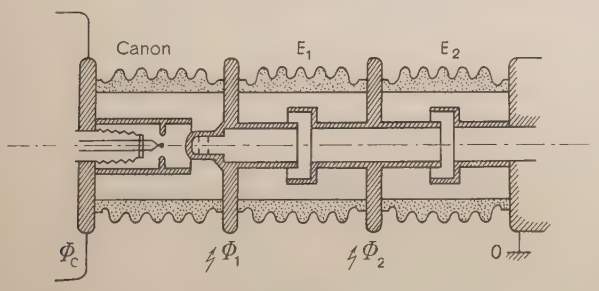


Fig. 63

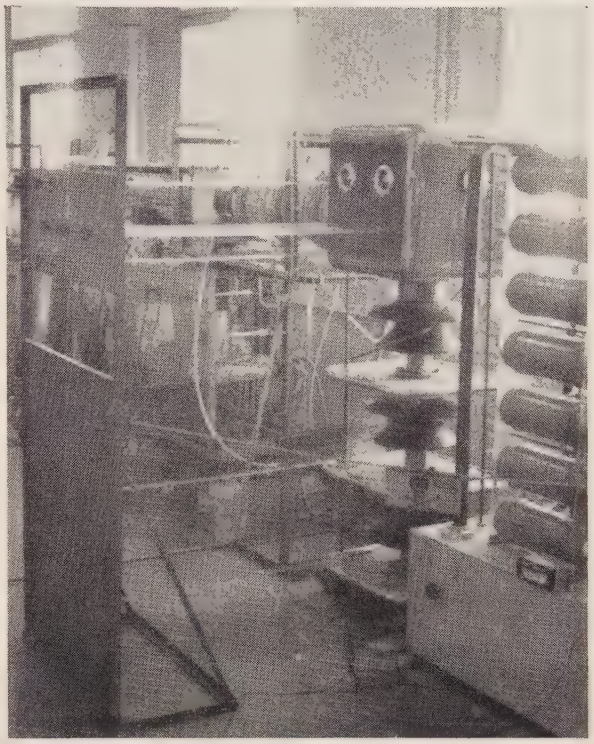


Fig. 64

Le tube accélérateur est prévu pour une tension maximum de 200 kV avec 50 kV sur le canon et 75 kV par lentille. L'extrémité portant le canon repose sur une colonne isolante; une boîte métallique renferme l'accumulateur de chauffage et divers appareils de mesure. Toutes les commandes se font par des tiges isolantes de plexiglas de 80 cm de long (fig. 64).

2.3. FORMATION DES FAISCEAUX D'EXPLORATION

Le pinceau ionique traverse un déflecteur électrostatique D à champ tournant qui le transforme en un faisceau conique creux de demi-ouverture réglable de 0 à 5°, ou en faisceau plat divergent. Le déviateur est formé de 6 électrodes cylindriques parallèles longues de 50 mm tangents à un cercle de gorge de $2\rho = 10$ mm de diamètre; 6 tensions variables déphasées de $\frac{1}{3}\pi$, obtenues à partir du secteur préalablement filtré, l'alimentent.

L'expérience, et des études à la cuve rhéographique, montrent que le système à 6 électrodes est de loin supérieur à celui à 4 électrodes: la zone de champ tournant homogène s'étend

jusqu'à une distance de l'axe égale à $\frac{1}{2}\rho$ (au lieu de $\frac{1}{10}\rho$) ce qui rend le centrage du faisceau beaucoup moins critique. La figure 65 permet de

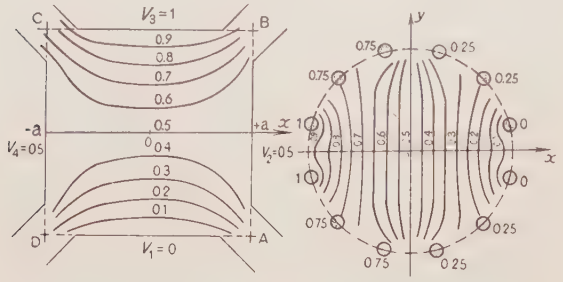


Fig. 65

comparer la répartition du potentiel dans des systèmes déviateurs à 4 et 6 plaques à un instant donné du balayage.

potentiomètre haute tension; pour $V = \frac{1}{4}\phi_0$ la distance focale atteint 1 mètre; même avec $\phi_0 = 200$ kV, V ne dépasserait pas 50 kV, seuil des claquages gênants en optique.

Ce système peut fournir des faisceaux de 7 à 8 cm de diamètre; la lentille L_0 possède dans ces conditions une forte aberration d'ouverture, mais les faisceaux creux de faible épaisseur (2 mm environ) ainsi obtenus sont dénués d'aberrations. Lorsque r_0 varie, la convergence de L_0 varie: il suffit de retoucher V pour conserver la valeur voulue de l'ouverture, ou le parallélisme du faisceau incident.

Une grille G de pas 5 mm formée de fils de molybdène parallèles, est placée à la sortie de L_0: son ombre sur l'écran fluorescent d'observation permet de connaître les caractéristiques

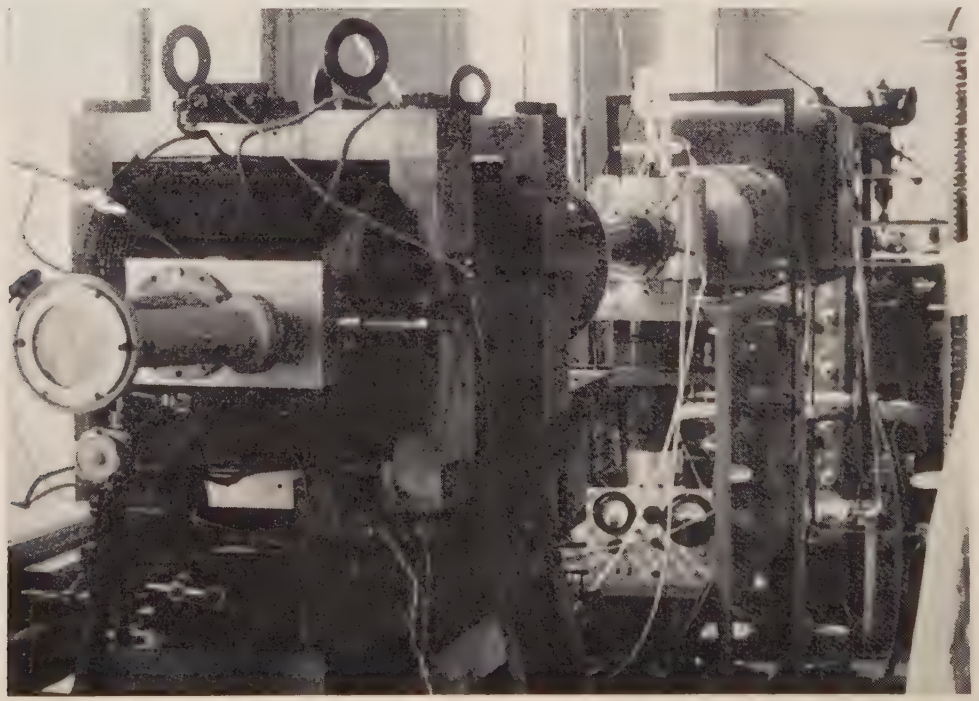


Fig. 66

Le faisceau divergent semble issu d'un point objet réel situé au centre du déflecteur. Une lentille électrostatique L_0 à gros trous, du type unipotentiel symétrique située à 1 mètre de D transforme le faisceau conique en un faisceau cylindrique parallèle à l'axe de rayon r_0, variable. La tension d'excitation V est fournie par un

du faisceau sortant de L_0 et qui aborde les lentilles à étudier.

2.4. SYSTEME A ETUDIER

Il se compose de deux lentilles quadrupolaires croisées, décrites dans la première partie, situées à 50 cm l'une de l'autre. Les deux lentilles à axe

horizontal reposent sur un support de bois monté sur vérins. L'une est fixe. L'autre est placée sur un plateau mobile dans deux directions perpendiculaires, et placé lui-même sur vérins, pour permettre l'alignement des deux lentilles. La figure 66 montre les lentilles en position sur le banc d'optique à la suite de lentille électrostatique, et la figure 67 le schéma du banc complet.

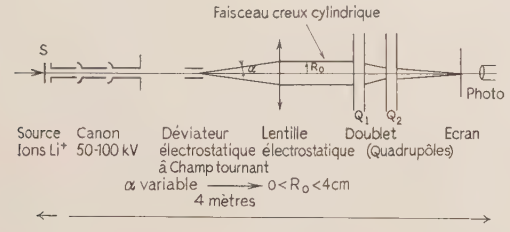


Fig. 67

2.5. ECRAN FLUORESCENT

L'enceinte à vide qui suit L_0 est formée de tronçons de tubes de 80 mm de diamètre; elle se termine par un écran fluorescent qui peut occuper trois positions: 52, 148 et 228 cm du centre de la deuxième lentille.

La réalisation d'un écran fluorescent permettant l'observation sur sa face arrière, pouvant résister un temps suffisant à un bombardement ionique intense, et offrant une bonne luminosité présente de nombreuses difficultés.

Les ions lourds ne pénétrent pratiquement pas dans la substance fluorescente: le volume fluorescent utile est très faible. Il faut donc utiliser une couche très mince, sans liant. L'écoulement des ions vers la masse nécessite pour le support une conductivité assez forte, mais la métallisation de ce support entraîne une perte considérable de luminosité car on ne peut métalliser la face avant, comme pour les écrans à électrons.

Les substances fluorescentes classiques à forte luminosité résistent quelques secondes seulement aux ions de 50 à 100 kV, lorsque la densité de courant dépasse quelques microampères au cm². Les meilleurs résultats ont été obtenus avec une couche mince de willémite (orthosilicate de zinc) déposés sans liant (au pinceau, ou par gravitation après mise en suspension dans l'acétone pure) sur une plaque de verre conducteur. Ce verre a été fabriqué spécialement pour nous par les Laboratoires des Verreries de la Compagnie de St. Gobain, par pyrolise de chlorure stanneux vers 450° C. La résistance superficielle d'un disque de 105 mm de diamètre mesurée avec deux pointes de touche entre le centre et le bord est de l'ordre de 10 à 20 000 ohms, suivant les échantillons. Le coefficient de transmission lumineuse de ces supports dépasse 95%. Chaque écran permet une observation commode durant 15 à 20 minutes de fonctionnement.

L'écran est photographié de l'extérieur à l'aide d'un appareil spécial pour oscilloscope, sur film Ilford "Hypersensitive", en instantané au 1/25 de seconde.

2.6. VIDE

L'enceinte à vide peut atteindre 6 mètres de long. Le pompage s'effectue entre le tube accélérateur et le déflecteur D; nous utilisons une pompe à diffusion d'huile† précédée d'une pompe préliminaire rotative††. Un vide meilleur que 5×10^{-5} mm de mercure est nécessaire pour éviter la diffusion du faisceau et la recombinaison des ions, phénomènes qui se traduisent par un flou des figures observées sur l'écran et l'apparition d'une tache brillante due aux ions neutralisés dans le parcours et qui ne sont plus déviés par les lentilles.

Une vanne à éclipse totale, munie d'un orifice de 80 mm peut fermer l'enceinte entre les lentilles et l'écran, ce qui permet les changements rapides d'écran fluorescent.

2.7. HAUTE TENSION

La tension d'accélération est fournie par un montage en cascade type Cockroft à 14 étages, fonctionnant à 600 périodes; les valves sont chauffées en haute fréquence. La tension positive est réglable de 0 à 100 kV. Le débit total ne dépasse pas 100 μA et l'ondulation résiduelle reste faible, par suite de la forte valeur des capacités employées (0.25 μF).

† Edwards type 403.

†† De la Compagnie Générale de Radiologie, type BL 14.

3. Etude des propriétés au premier ordre[22,23])

3.1. CARACTERISTIQUES DU SYSTEME

Les deux lentilles identiques que nous dénommerons Q_1 et Q_2 sont séparées par une distance D de 50 cm (fig. 68).

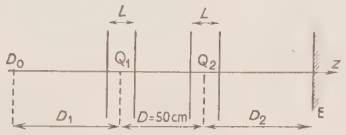


Fig. 68

La distance D_1 vaut 164 cm et D_2 peut prendre facilement 3 valeurs: 52, 148 et 228 cm, et accessoirement être amenée à 17 cm. D_0 représente un point objet réel.

Le courant d'excitation de Q_1 et Q_2 traverse une résistance étalonnée de 0.01 ohms; un potentiomètre AOIP permet des mesures de I au millième par une méthode d'opposition.

La tension ϕ_0 est mesurée à l'aide d'une résistance de 600 MΩ, étalonnée à 1% près et d'un galvanomètre à spot.

3.2. ETUDE D'UNE LENTILLE SEULE

L'image d'un point objet A sur l'écran E en B est une droite ou "focale" (fig. 69). En utilisant successivement Q_1 et Q_2 et les diverses positions de E, nous avons déterminé la valeur du facteur β, (β_{exp}) qui correspond à la focalisation de A en B, puis comparé aux valeurs théoriques de β, (β_{th}) qu'on peut calculer à l'aide des modèles simples équivalents à la fonction caractéristique $k(z)$ de la lentille (modèle rectangulaire puis modèle évolué). Pour obtenir β^* dans le cas général, on a à résoudre

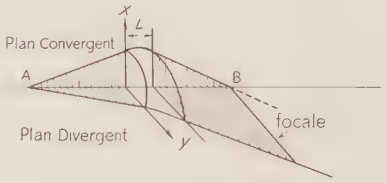


Fig. 69

numériquement l'équation $(D_1 - z_F)\ (D_2 - z_F') = f_X^2$. Dans le plan convergent OX on a par exemple, avec le modèle rectangulaire:

$$\left[(D_1 - \tfrac{1}{2}L) - \frac{\cos \beta L}{\beta \sin \beta L}\right]\left[(D_2 - \tfrac{1}{2}L) - \frac{\cos \beta L}{\beta \sin \beta L}\right] = \left(\frac{1}{\beta \sin \beta L}\right)^2$$

avec

$$L = 0.195 \text{ m} \quad \text{si} \quad a = 4 \text{ cm}$$
$$L = 0.208 \text{ m} \quad \text{si} \quad a = 6 \text{ cm}$$

et

$$D_1 = 1.64 \text{ m pour } Q_1$$
$$D_1 = 2.14 \text{ m pour } Q_2$$

et les différentes valeurs de D_2

$$D_2 = 1.02 \quad 1.98 \quad 2.78 \text{ m pour } Q_1$$
$$D_2 = 0.52 \quad 1.48 \quad 2.28 \text{ m pour } Q_2 .$$

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant:

$\beta_{exp}\ m^{-1}$	6.5	3.76	3.02	2.36	2.27	$a = 4$ cm
β mod. rect.	6.3	3.66	2.95	2.29	2.21	
β mod. évol.		3.75	2.96	2.30	2.23	
β_{exp}		3.62	2.92	2.23	2.17	$a = 6$ cm.
β mod. rect.		3.55	2.85	2.21	2.13	
β mod. évol.		3.59	2.88	2.22	2.13	

[22]) M. Y. Bernard, Lentilles électrostatiques permettant la focalisation des particules de grande énergie — Calcul des trajectoires —, C.R. **236** (1953) 902–904.

[23]) A. Septier, Propriétés optiques d'un doublet formé de deux lentilles magnétiques à forte convergence, C.R. **246** (1958) 1835–1838.

Les valeurs expérimentales sont toutes supérieures aux valeurs calculées, et l'écart croît lorsque la convergence de la lentille augmente. Le modèle évolué fournit des valeurs comprises entre celles du modèle rectangulaire et les valeurs expérimentales. Mais la faiblesse de ces écarts (3% au maximum) permet de conclure que le modèle rectangulaire donne avec une précision suffisante les éléments cardinaux d'une lentille réelle, à condition d'introduire dans les équations la valeur de la longueur efficace, et qu'il est inutile d'effectuer les calculs plus longs nécessités par le modèle évolué.

Si inversement on calcule la longueur efficace de la lentille, en portant les valeurs expérimentales de β dans les équations vues plus haut, on trouve, dans tous les cas une valeur L'_0 légèrement inférieure à la valeur L_0 définie par les mesures de champ; on a pratiquement

$$L'_0 = 185 \text{ mm} \quad \text{soit} \quad (L'_0 - L_0)/L_0 \approx 3\% .$$

3.3. ETUDE DU DOUBLET

Dans le cas où on veut concentrer sur une fente ou un diaphragme les particules issues d'un point source à distance finie ou infinie, le calcul des courants d'excitation des lentilles d'un doublet est pénible, même si on utilise le modèle rectangulaire.

En général on se donne la position de A, de E, et celle des lentilles. On conçoit que pour des lentilles fortes ($\beta L > 0.5$), les calculs soient très longs. Nous donnons fig. 70, les résultats expérimentaux pour un faisceau incident issu d'un point A situé à 164 cm de Q_1, et pour différentes valeurs de D_2, dans un système de coordonnées $(\beta L_1)^2$ et $(\beta L_2)^2$; ces grandeurs sans dimensions sont proportionnelles aux intensités d'excitation, et les courbes obtenues sont valables pour des systèmes homothétiques: si toutes les dimensions sont divisées par n, les distances focales sont divisées par n, les excitations restant constantes. Pour une valeur de D_2 donnée, le point de rencontre des courbes relatives à la première et à la deuxième focales correspond à un fonctionnement stigmatique.

La figure 71 correspond à un objet A situé à l'infini. On a porté en pointillé les courbes théoriques du fonctionnement afocal dans l'un des plans (l'une des focales est alors à l'infini, ce qui entraîne f'_X ou $f'_Y = \infty$). L'asymptote de

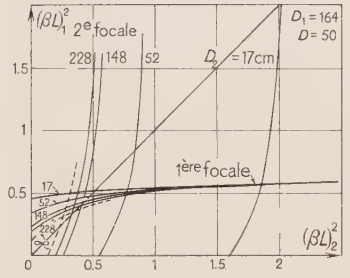


Fig. 70

ces courbes est donnée par $(\beta L)^2 = 0.5$. Inversement, cette figure donne les excitations à appliquer à Q_1 et Q_2 pour obtenir un faisceau parallèle à l'axe à partir d'un point source situé sur l'axe, pour quelques valeurs de la distance de ce point à la première lentille: 17, 52, 148 et 228 cm. On sait alors construire un système de

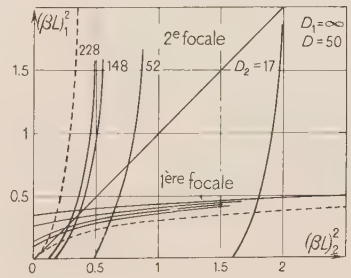


Fig. 71

quatre lentilles équivalent à une lentille épaisse de révolution de grandissement unité: il suffit de faire suivre le doublet ainsi excité d'un doublet identique placé en sens inverse (fig. 72). Ce montage a été effectivement calculé et utilisé par Schneider[24]).

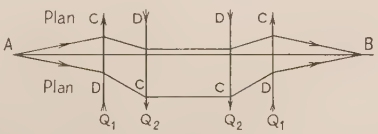


Fig. 72

[24]) H. Schneider, An A.G. Channel with four Quadrupole Magnets, Nuclear Instruments 1 (1957) 268–273.

Sur les deux figs. 70 et 71, la droite $(\beta L)_1 = (\beta L)_2$ correspond au fonctionnement de deux lentilles identiques excitées en série.

Pour des excitations faibles, et un objet à distance finie, il existe une zône fournissant des focales virtuelles (faisceau divergent). On peut tirer de la figure 71 le point de fonctionnement stigmatique avec $D_2 = 164$ cm et reporter ce point sur la figure 70 en inversant le rôle de Q_1 et Q_2: on a alors le point de fonctionnement stigmatique à l'infini pour $D_1 = 164$; on peut tracer sur cette figure les courbes limitant les domaines dans lesquelles les focales sont virtuelles.

On peut ici encore comparer les résultats fournis respectivement par l'expérience et par le calcul utilisant le modèle rectangulaire, dans le cas de deux lentilles excitées en série et d'un point objet situé à distance finie (164 cm de Q_1). Si on recherche la valeur de la longueur efficace L''_0 des lentilles, en portant les valeurs expérimentales β_{exp} de β, on trouve

$$L''_0 < L'_0 < L_0$$

avec $L''_0 \neq 17.5$ cm, soit $(L''_0 - L_0)/L_0 \approx 5\%$.

Le modèle rectangulaire associé à la longueur efficace du champ L_0 conduit donc à attribuer une convergence trop forte aux lentilles quadrupolaires, et l'effet s'accroît évidemment lorsque le nombre des lentilles augmente.

Pour le calcul de la distance focale du doublet, nous avons utilisé L''_0.

3.4. DOUBLET EQUIVALENT A UN SYSTEME DE REVOLUTION[25])

Le doublet à convergence forte sera équivalent à un système centré classique si les distances focales F_X et F_Y sont égales et si les foyers sont confondus dans les plans OX et OY. La première condition est toujours satisfaite pour 2 lentilles Q_1 et Q_2 identiques; il est impossible de satisfaire à la seconde avec des lentilles faibles. Mais pour des excitations suffisantes, conduisant à des valeurs de (βL) voisines de π, les foyers viennent se confondre en un point situé à l'intérieur du système.

[25]) A. Septier, Utilisation en microscopie électronique d'un doublet à focalisation forte, C.R. **246** (1958) 1983–1985.

En effet, considérons le doublet schématisé (fig. 73): on aura $S_1F_X = S_1F_Y$ si on peut satisfaire à

$$\beta\lambda = -\frac{2}{\coth \beta L + \operatorname{cotg} \beta L}.$$

Pour avoir $\lambda > 0$, il faut que βL soit compris entre $\alpha \approx \frac{3}{4}\pi$ et π, ou dans des domaines $\alpha_k = \alpha + k\pi < \alpha < (k+1)\pi$. On en tire les valeurs des éléments optiques du système λ/L, F/L et S_1F/L.

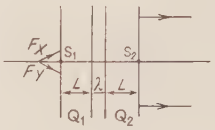


Fig. 73

Pour $\lambda/L \neq 1.56$ comme dans le doublet étudié ici, on aurait $\beta L \neq 3$ soit $\beta \simeq 15$ et $I \simeq 45$ A s'il n'y avait pas saturation pour des ions Li^+_7 de 50 kV ce qui est impossible à réaliser ici. Par contre on pourrait obtenir un tel fonctionnement avec des électrons de quelques centaines de keV. La distance focale serait voisine de 0.6 cm, et les foyers situés à 6 cm environ des extrémités S_1 et S_2, c'est-à-dire à 4 cm des centres de Q_1 et Q_2.

Ce système ne peut être utilisé pour former l'image réelle d'une source réelle, située à l'extérieur des lentilles, car

$$FS_1 \cdot F'S_2 \gg (HF)^2 \qquad \text{(fig. 74)}$$

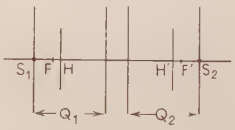


Fig. 74

Mais les transformations:

source réelle → image virtuelle avec grandissement $G \ll 1$,

ou

objet virtuel → image réelle telle que $G \gg 1$

sont possibles. En utilisant cette dernière possibilité, nous avons pu effectivement obtenir des images fortement agrandies en microscopie électronique, à l'aide d'un doublet électrostatique utilisé comme lentille de projection, et formé de deux lentilles ayant les caractéristiques

Fig. 75

suivantes: $L = 37.5$ mm, $a = 4$ mm, $\lambda = 0$. La figure 75 est une photographie d'oxyde de molybdène obtenue avec ce système. Les trajectoires correspondant à des rayons émergents parallèles à l'axe sont schématisées sur la figure 76 dans ce cas particulier de fonctionnement. Nous avons porté sur la figure 77, les valeurs de F/L et S_1F/L en fonction de (βL) lorsque $\lambda = 0$.

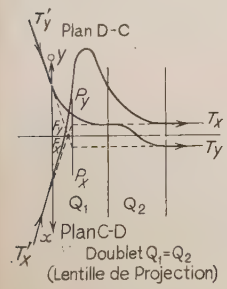


Fig. 76

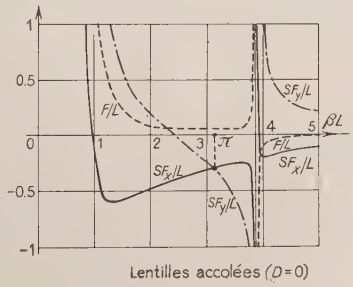


Fig. 77

Une étude est en cours pour déterminer un système de révolution formé de 4 lentilles à forte convergence, de grandissement différent de 1 et ayant des foyers non immergés: un tel système pourrait alors être utilisé pour la focalisation d'ions lents à leur sortie de la source par exemple; l'excitation des lentilles serait beaucoup plus faible que celle de lentilles de révolution de même convergence.

4. Mesure des aberrations d'ouverture d'un doublet symétrique[26,27])

Les deux lentilles sont désormais excitées en série: on a un doublet symétrique.

4.1. FORME DU FAISCEAU

Les lignes focales sont théoriquement des segments de droite d'épaisseur e constante, égale à $e = Gd$, G représentant le grandissement du système dans le plan considéré et d le diamètre de la source supposée circulaire.

Mais plusieurs causes interviennent pour déformer les focales:

– la longueur efficace décroît du centre vers les bords, entraînant une diminution de la convergence pour les rayons éloignés de l'axe,

– les champs de fuite contiennent une composante longitudinale $B(z)$, et des inhomogénies de champ transversal particulièrement complexes au voisinage du fer.

Nous utilisons des faisceaux incidents creux parallèles à l'axe, de section circulaire, de rayon R_0 variable, ou des faisceaux divergents issus du centre du déviateur électrostatique. A la sortie des lentilles, le faisceau reste creux et il a une section elliptique, perturbée par les aberrations. Pour une position donnée de l'écran, on peut étudier la section du faisceau au voisinage des focales en variant légèrement le courant d'excitation: si l'intensité augmente, les focales se rapprochent des lentilles, et on voit successive-

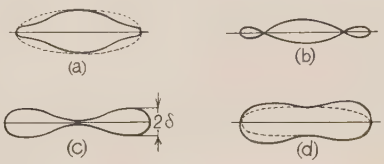


Fig. 78

ment défiler sur l'écran les figures représentées figure 78.

La figure (b) correspond à la meilleure mise au point, pour un faisceau incident creux de

[26]) A. Septier, Etude expérimentale des aberrations d'ouverture d'un système de deux lentilles quadrupolaires magnétiques, C.R. **245** (1957) 1905-1908.

[27]) A. Septier, Détermination directe des propriétés des lentilles quadrupolaires sur un banc d'optique ionique, CERN-PS/Sp 18, (1959) non publié.

rayon donné R_0. Les figures (a) et (d) sont situées respectivement à l'intérieur et à l'extérieur des ellipses théoriques. Si on fige le système

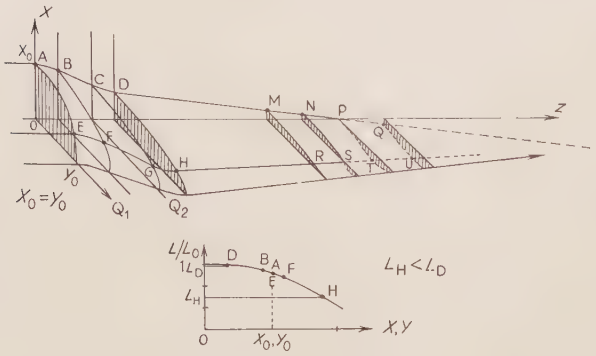


Fig. 79

à une valeur donnée de l'excitation, on rencontre ces figures de (a) et (d) en s'éloignant des lentilles le long de l'axe optique Oz.

L'étude qualitative de la marche des rayons dans le doublet montre qu'on obtient effectivement ces sections perturbées et dans l'ordre où elles apparaissent, en supposant les lentilles moins convergentes (ou divergentes) sur les bords qu'au centre (fig. 79). Si au contraire la convergence (ou la divergence) croît lorsqu'on s'éloigne de l'axe, on obtient les mêmes figures, mais disposées en sens inverse: de (d) à (a) lorsqu'on s'éloigne des lentilles.

La figure 80 représente les sections réelles d'un faisceau émergent correspondant à un faisceau incident creux de rayon $R_0 = 12.5$ mm au voisinage de la deuxième focale, à 52 cm de Q_2; la distance focale est alors de 17 cm. La figure 81 correspond à $R_0 = 25$ mm, et à la première focale; on a alors $f = 130$ cm; la trace de la section du faisceau incident (en haut), où l'ombre de deux fils de grille est visible, donne l'échelle des photographies. Dans les deux cas, on passe de (a) à (d) pour une variation $\Delta I/I \approx 4\%$.

A partir de l'épaisseur 2ϑ de la pseudo-focale, qui représente la figure d'aberration du système, on peut définir un taux d'aberration τ pour un faisceau incident parallèle à l'axe de rayon R_0 (fig. 82)

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\alpha} \qquad \text{ou} \qquad \tau = \frac{\vartheta}{R_0}.$$

4.2. MESURE DU TAUX D'ABERRATIONS GLOBAL

L'épaisseur 2ϑ de la tache d'aberration a été mesurée pour chaque valeur de la distance

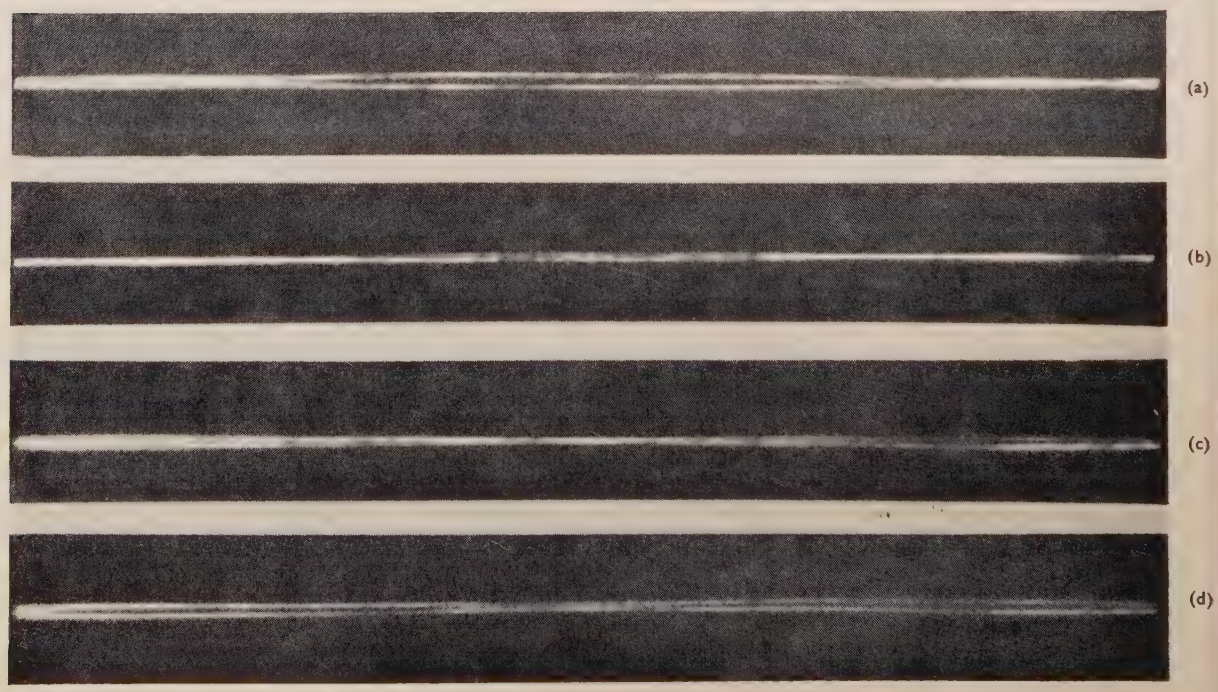


Fig. 80

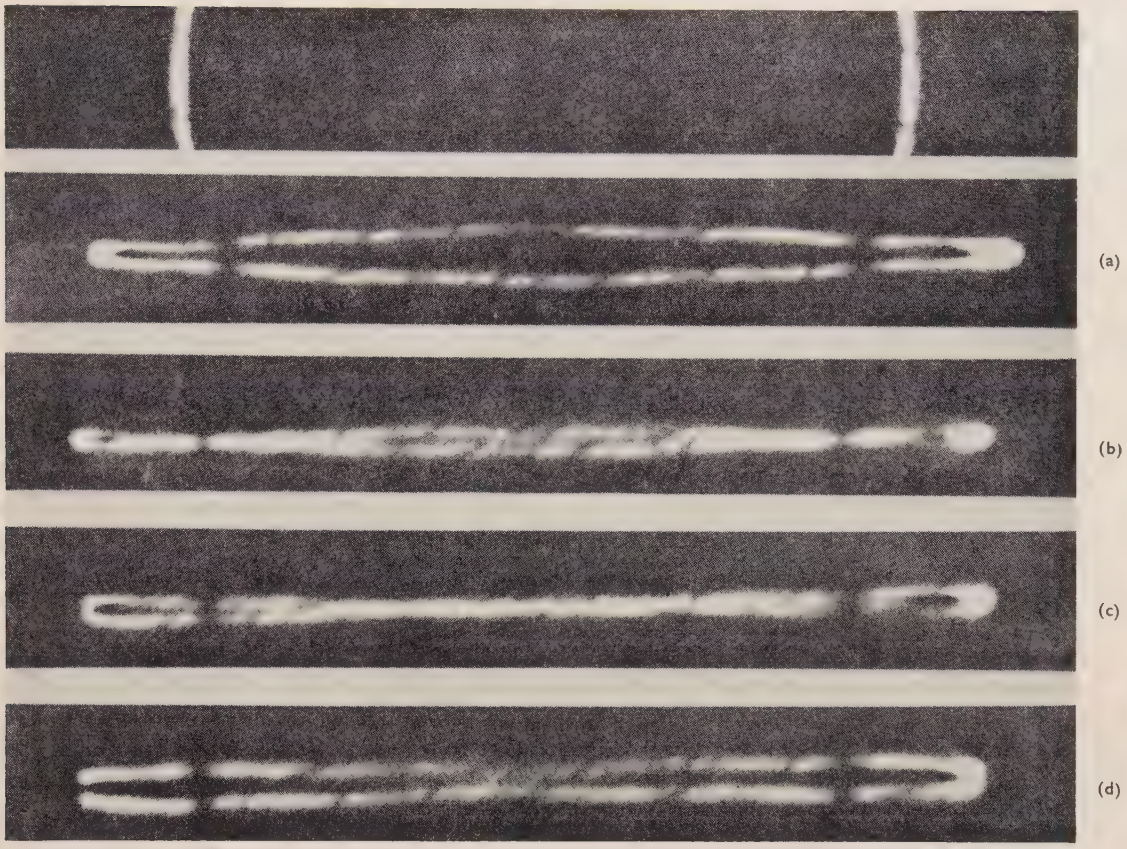


Fig. 81

focale sur un grand nombre de photographies correspondant à différents diamètres de faisceaux incidents, soit directement lorsque la

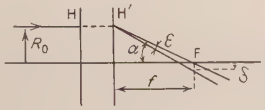


Fig. 82

résolution était suffisante (cas des figures 80 et 81), soit à partir des figures 78a et 78d encadrant la tache d'aberration, par comparaison avec l'ellipse théorique ayant mêmes axes. Les résultats des mesures sont donnés sur la figure 83, pour $f = 17$ cm, 75 et 130 cm dans le cas de lentilles à petits trous ($a = 4$ cm), en fonction du rayon R_0, et sur la figure 84 pour $f = 130$ cm et les lentilles à gros trous ($a = 6$ cm). Le passage de $a = 4$ cm à $a = 6$ cm fait décroître le taux d'aberration d'un facteur 2 environ pour les fortes valeurs de R_0. Par contre, il est sensiblement le même jusqu'à $R_0 = 1.5$ cm, distance de l'axe pour laquelle la longueur efficace L est pratiquement égale à L_0 sur l'axe, et les perturbations dues à B_z et aux effets de bords encore négligeables.

Le taux d'aberration varie sensiblement comme la convergence $\tau \# K/f$ ce qui permet de prévoir le taux d'aberrations approximatif pour $3.5 < f < 4.5$ mètres (fonctionnement normal des lentilles avec les protons de 50 MeV) et $R_0 = 3$ cm. On aurait

$$\tau_{exp} \simeq 5 \text{ à } 6 \times 10^{-3} \quad \text{avec} \quad a = 6 \text{ cm}.$$

Les effets de bords semblent prépondérants: il y aura donc avantage à utiliser, pour un faisceau de 6 à 7 cm de diamètre, les pièces polaires de 120 mm, et pour diminuer encore τ, des lentilles plus longues au plateau central plus long (dans les lentilles Q'_1 et Q'_2 utilisées ici, il atteint seulement 4 cm; un allongement de 10 cm de la carcasse le ferait passer à 14 cm; alors que la variation $\Delta L/L$ ne serait plus que les $\frac{2}{3}$ de la variation mesurée sur Q'_1.

Dans des lentilles possédant deux plans radiaux de symétrie, la théorie prévoit une loi de variation de l'épaisseur des taches d'aberration de la forme[28,29])

$$\vartheta = AR_0^3 + BR_0^5 + \cdots .$$

Au voisinage de l'axe, on aurait donc

$$\tau \neq AR_0^2 .$$

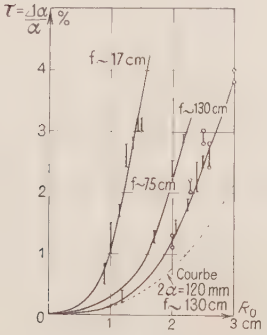


Fig. 83

Pour les faibles valeurs de f, inférieures à la longueur efficace, ces valeurs sont comparables à celles des meilleures lentilles magnétiques classiques.

Le passage à $a = 6$ cm conserve pratiquement C_3, mais abaisse C_5 à 2×10^4 pour $f = 130$ cm, soit un gain d'un facteur 4 sur le deuxième terme d'aberration.

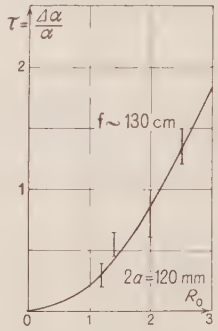


Fig. 84

La courbe expérimentale de la figure 84 est effectivement du second degré en R_0 jusque vers $R_0 = 2$ cm $= \frac{1}{3}\,a$ et la courbe correspondante de la figure 83 ($f = 130$ cm) jusqu'à $R_0 = 1.3$ cm $= \frac{1}{3}\,a$. Pour $a = 4$ cm le terme $B\,R_0^5$ devient très vite important.

On peut calculer une constante d'aberration semblable à celle des systèmes de révolution grâce à la relation (voir fig. 82)

$$\vartheta = C_s\alpha^3 + C'_s\alpha^5 = C_s\left(\frac{R_0}{f}\right)^3 + C'_s\left(\frac{R_0}{f}\right)^5$$

ce qui donne:

$$\tau_s = C_3\left(\frac{R_0}{f}\right)^2 + C_5\left(\frac{R_0}{f}\right)^4$$

$$C_3 = \frac{C_s}{f} \qquad \text{et} \qquad C_5 = \frac{C'_s}{f} .$$

C_3 est une constante sans dimension. Pour $a = 4$ cm, le tableau suivant donne l'ordre de grandeur de C_3, qui varie proportionnellement à f, et de C_5.

f (cm)	17	75	130
C_3	3	14	25
C_5	170	2.3×10^4	10^5

[28]) J. C. Burfoot, Third Order Aberrations of doubly Symmetric System, Proc. Phys. Soc. (London) B **67** (1954) 523.

[29]) M. Y. Bernard et J. Hue, Les aberrations géométriques dans les lentilles à focalisation forte, C.R. **243** (1956) 1852–1854.

4.3. INFLUENCE DE LA CORRECTION DES VARIATIONS DE LA LONGUEUR EFFICACE DU CHAMP

Les mesures de champ ont montré qu'il était possible de supprimer les variations de L dans tout l'entrefer de la lentille, c'est-à-dire l'un des termes contribuant à l'aberration d'ouverture.

Lorsque les pièces polaires de Q_1 et Q_2 sont

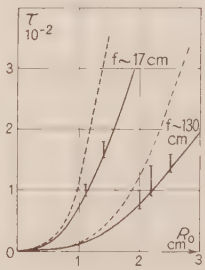


Fig. 85

munies de masselottes correctrices, le taux d'aberration diminue effectivement. La figure 85 donne les valeurs de τ ainsi obtenues: on retombe pratiquement sur les valeurs obtenues avec les lentilles à gros trous ($a = 6$ cm); mais l'aberration globale d'ouverture garde le même signe: il s'agit d'une simple diminution de l'aberration.

Les termes contribuant à l'aberration globale dans les lentilles non corrigées agissent donc

dans le même sens, et on peut espérer, en retouchant légèrement la répartition du champ magnétique, annuler totalement le taux d'aberration, tout au moins pour une valeur donnée de la convergence; il faut rechercher à priori à réaliser une correction telle que L augmente légèrement lorsqu'on s'éloigne de l'axe.

4.4. ESSAIS DE CORRECTION TOTALE[30])

Le système de masselottes étant peu maniable pour des essais rapides sur le banc d'optique nous avons tout d'abord laissé les masselottes centrales M, qui assure la correction de L suivant les axes Ox et Oy et remplacé les masselottes latérales par des tiges d'acier doux de 15 cm de long et de 8 mm de diamètre placées dans les entrefers latéraux, à une distance R du centre (fig. 86). Si on place les tiges d'acier

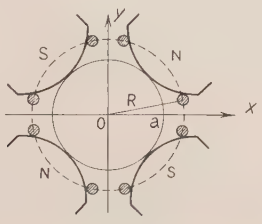


Fig. 86

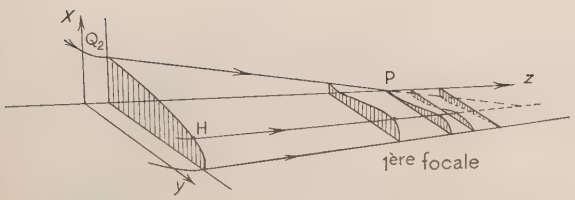


Fig. 87

contre la chambre à vide ($R = 44$ mm) les aberrations sont considérablement accrues, mais l'évolution du faisceau est inversée: au voisinage des focales, on rencontre successivement en s'éloignant des lentilles, les figures 78d, c, b, et a (fig. 87). Il existe donc une position des tiges, définie par $R = R_c$ pour laquelle on aura une correction totale.

[30]) A. Septier, La correction des aberrations d'ouverture d'un système de deux lentilles quadrupolaires magnétiques, C.R. 245 (1957) 2036–2039.

Pour $f = 130$ cm, on trouve $R = 50.5$ mm; pour $f = 17$ cm le faisceau est légèrement sur-corrigé, mais avec un taux d'aberration très faible (inférieur à 10^{-2} pour $R_0 = 1.5$ cm). Il est facile d'apprécier la correction totale: les sections du faisceau situées de part et d'autre de la focale sont parfaitement symétriques et elliptiques. Le réglage des tiges est très sensible: un écart de $\Delta R_c = 0.5$ mm a un effet visible sur la forme des sections.

La figure 88 montre en (a) le faisceau sous-corrigé ($R_c = \infty$), en (b) le faisceau sur-corrigé ($R < R_c$) et en (c) deux sections du faisceau corrigé ($R = R_c$) situées de part et d'autre de la focale.

Si maintenant on enlève les masselottes M, le faisceau est à nouveau sur-corrigé et pour obtenir à nouveau la correction il faut éloigner les tiges correctrices jusqu'en $R_c \simeq 59$ mm. On peut en déduire l'allure optimum du champ dans l'entrefer, l'action des tiges correctrices est double: en effet l'accroissement du gradient (et de la longueur efficace) dans les plans OX et OY provoque une diminution de ces mêmes grandeurs dans les plans Ox et Oy: pour obtenir un écart donné de convergence entre les plans Ox, Oy d'une part et les plans OX, OY d'autre part, il faudra une action plus énergique des tiges lorsque les masselottes M sont en place, puisque celles-ci tendent à maintenir L constante en Ox et Oy. Par contre, lorsque ces pièces sont enlevées il suffit de diminuer légèrement L dans ces plans et il faut alors éloigner les tiges.

Cette correction qui tend à introduire un accroissement de convergence suivant deux plans rectangulaires et une diminution suivant deux plans à 45° des précédents pourrait être obtenue par une lentille octopolaire placée entre Q_1 et Q_2 ou à la sortie de Q_2, si l'effet recherché est symétrique, ou par deux lentilles si la correction n'est pas symétrique.

Dans le cas des lentilles Q'_1 et Q'_2, la correction par tiges est plus facile, les aberrations étant plus faibles. Avec les tiges situées à $R \simeq 75$ mm il y a correction pour un domaine de convergence allant de $f = 2.5$ m à $f = 75$ cm; pour $f = 17$ cm, subsiste une légère sur-correction.

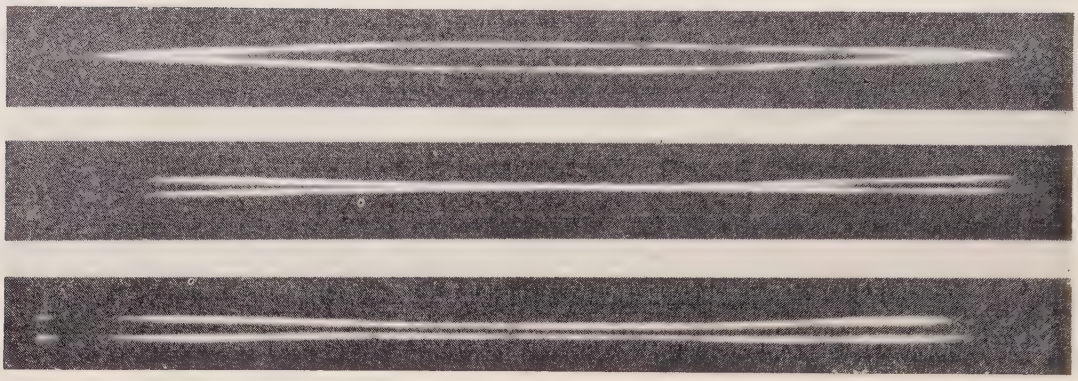


Fig. 88a

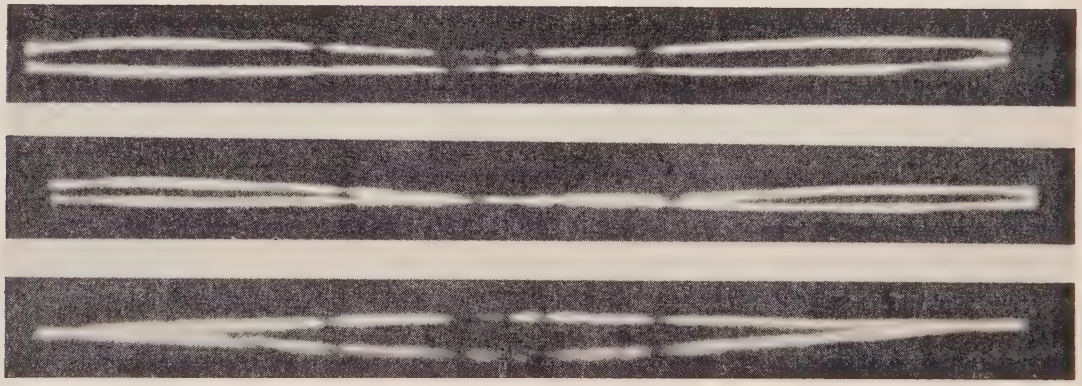


Fig. 88b

Fig. 88c

Des mesures du champ sur les lentilles ainsi corrigées avec les tiges permettront d'établir quantitativement la répartition optimum de champ, et des études à la cuve fourniront la forme pratique à donner aux pièces polaires, mais il est sûr dès maintenant qu'un léger rétrécissement des entrefers latéraux est favorable: il faut utiliser soit des arcs prolongés par des plans, ou des cercles débordant de l'hyperbole théorique.

4.5. INFLUENCE DE L'ABERRATION D'OUVERTURE SUR LA TAILLE DU SPOT, EN FONCTIONNEMENT STIGMATIQUE

Avec un doublet non symétrique $(\beta L)_1 \neq (\beta L)_2$, on peut former l'image d'une source A circulaire de rayon r_0 dans le plan E. L'image B de A serait théoriquement une ellipse, les grandissements linéaires G_X et G_Y étant très différents dans les deux plans OX et OY, et le rapport des axes est donné sensiblement par $b/a = X'_3/Y'_3$ avec $b = G_Y r_0$ et $a = G_X r_0$, X'_3 et Y'_3 représentant la pente des rayons à la sortie du doublet (fig. 89).

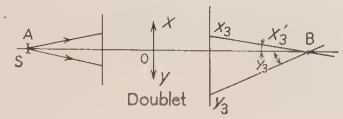


Fig. 89

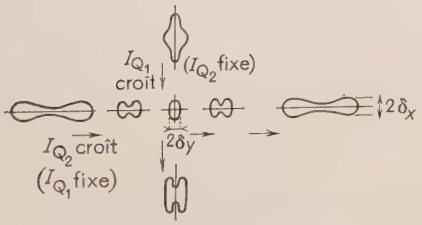


Fig. 90

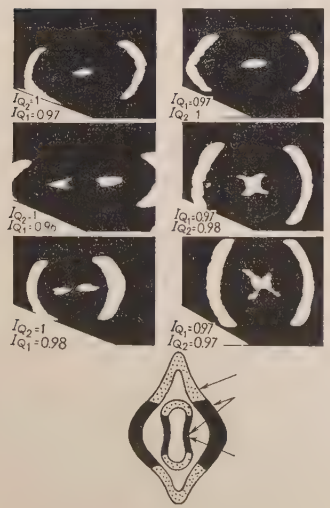


Fig. 91

En réalité, les aberrations déforment cette image et l'élargissent considérablement: si la première pseudo-focale a l'aspect de la figure 90, et une épaisseur au centre égale à a, la contraction suivant OY va conduire à une tache de longueur $2\vartheta_X$. L'épaisseur de la tache finale suivant OY sera celle de la pseudo-focale $2\vartheta_Y$. Pour les lentilles Q_1 et Q_2 non corrigées, les dimensions de la tache sont deux fois plus grandes que les valeurs prévues.

La figure 91 montre le mécanisme de formation de l'image lorsqu'on agit successivement sur les excitations de Q_1 et Q_2.

4.6. INFLUENCE DES CORRECTEURS SUR LA TOPOGRAPHIE DU CHAMP: CHAMP IDEAL

Le mécanisme de la correction des aberrations d'ouverture nous a permis d'émettre des hypothèses sur l'influence des correcteurs: il faut maintenant les vérifier, mesurer avec précision cette influence afin de pouvoir déterminer les modifications à apporter au profil des pièces polaires, pour obtenir une lentille dénuée d'aberration dans une certaine zone de fonctionnement.

Le projet définitif du dispositif d'injection comportera des lentilles à gros trous ($a = 6$ cm), c'est pourquoi nous nous sommes intéressés plus particulièrement à Q'_1, lorsque les tiges sont à la distance $R_0 = 75$ mm de l'axe.

(a) Champ

Dans le plan $z = 0$, la variation de B est profondément modifiée par les correcteurs suivant OX et OY (fig. 92) mais très peu suivant Ox, Oy. L'écart avec la droite théorique, valable au voisinage de l'axe, atteint 1% pour $X = \frac{1}{2}a$, 3% en $X = \frac{2}{3}a$ et 12% environ pour $X = a$.

(b) Gradient

Les courbes donnant $\partial B_Y/\partial X$ et $\partial B_x/\partial x$ sont données figure 93 avec en ordonnées B'/B'_0. Jusqu'à $X, x = \frac{2}{3}a$, les courbes sont pratiquement symétriques par rapport à la valeur $B'/B'_0 = 1$. Plus loin de l'axe, l'action des tiges est trop brutale dans le plan OX, mais cette zone est extérieure à la zone utile.

(c) Longueur efficace

La figure 94 donne les variations de L_C; on a nommé L_X et L_x les valeurs de L_C suivant OX et Ox, calculées à l'aide des valeurs réelles

de B_0, et $(L_R)_X$, $(L_R)_x$ les valeurs calculées à l'aide des valeurs théoriques. Ces dernières montrent que la correction apportée par les tiges consistent effectivement en un accroissement de convergence suivant Ox, lorsqu'on s'éloigne de l'axe. L'effet est pratiquement symétrique jusqu'en X, $x = \frac{2}{3}\, a$.

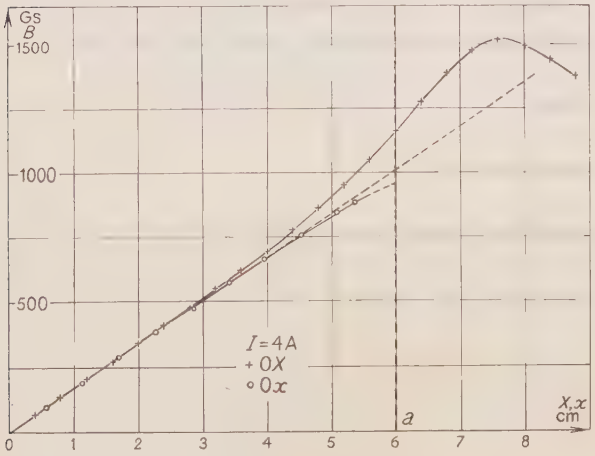


Fig. 92

(d) Forme des pièces polaires

A partir de la courbe de champ de la figure 92 on peut évaluer grossièrement la modification de forme à apporter aux pièces polaires, pour obtenir un effet équivalent à celui des tiges.

On suppose que la section des pièces polaires est à l'origine confondue avec l'hyperbole théorique. On peut alors tracer une carte des lignes de champ entre la pièce polaire et l'axe OX (fig. 95). En un point P de OX, la modification du profil doit faire croître B_Y de ΔB_Y, donné par la figure 92. Il suffit, en première approximation, de réduire la longueur l de la ligne de champ (c) qui passe en P dans le rapport $\Delta l/l = \Delta B_Y/B_Y$. En procédant graphiquement pour différentes positions de P, on peut ainsi déterminer une forme approchée de la pièce corrigée, puis le cercle de rayon R_c approchant au mieux ce profil au voisinage de la zone utile.

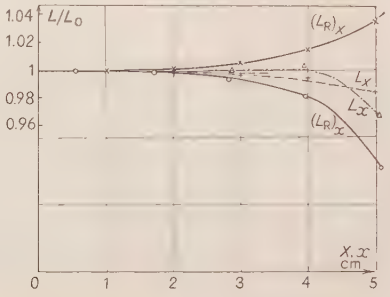


Fig. 94

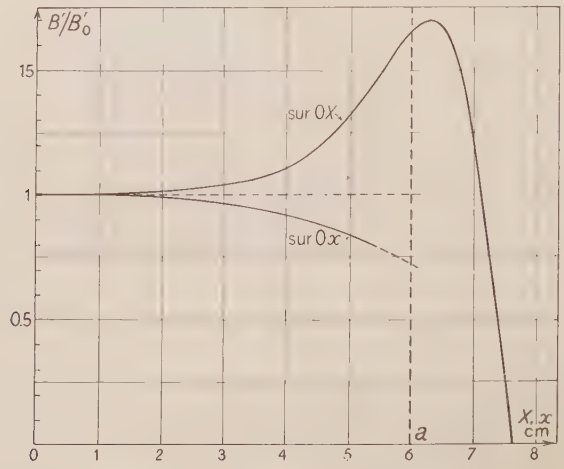


Fig. 93

Cette méthode donne une valeur de R_c voisine de 80 mm, au lieu de $R = 69$ mm pour la pièce polaire non corrigée, mais le profil ainsi déterminé serait mieux approché par un arc de cercle suivi de deux segments de droites : c'est la solution adoptée pour les lentilles de compensation[2]), pour lesquelles la correction cherchant seulement à rendre L_C constante suivant OX, a été effectuée par des moyens analogiques.

Nous donnerons pour finir, sur la figure 96,

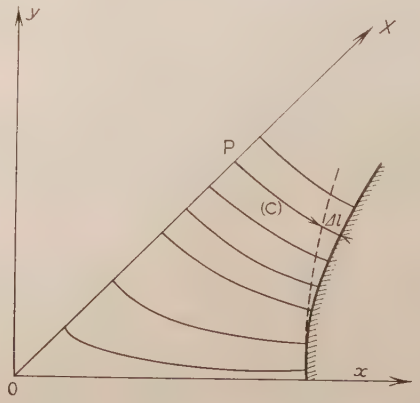


Fig. 95

les courbes de variation du gradient radial en $z = 0$, pour la lentille Q_1, avant et après correction, lorsque les tiges sont placées à 59 mm de l'axe. Le phénomène signalé plus haut se retrouve ici, et la modification du gradient est légèrement plus forte que dans Q'_1, car les aberrations sont plus importantes.

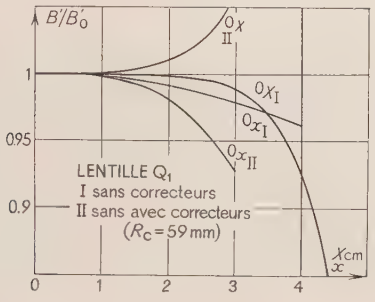


Fig. 96

En résumé, un système de deux lentilles quadrupolaires dénué d'aberrations peut être considéré comme la superposition d'un doublet non corrigé et d'une lentille octopolaire. On peut donc envisager la construction de systèmes de révolution dépourvus d'aberration d'ouverture, à l'aide de deux doublets identiques non corrigés et de deux octopôles. On aurait ainsi un système plus simple que les systèmes corrigés proposés par divers auteurs[31,32,33]) et comportant, à la suite de la lentille de révolution à corriger, quatre quadrupôles faibles et deux octopôles. Les quadrupôles constitueraient ici le système de révolution lui-même.

5. Aberrations Chromatique et de Masse

5.1. DEFINITIONS

Le facteur caractéristique β varie comme $(M\phi_0)^{-\frac{1}{4}}$. Une variation $\Delta\phi_0$ de la tension d'accélération ϕ_0, va faire varier la convergence du doublet et, dans le plan de la focale correspondant à ϕ_0 apparaîtra l'ellipse correspondant à $(\phi_0 + \Delta\phi_0)$; si son petit axe est $2\,\vartheta_c$, pour un faisceau indicent creux parallèle à l'axe de rayon R_0, on peut encore définir un taux d'aberration chromatique.

$$\tau = \vartheta_c / R_0 .$$

Pour les lentilles classiques, l'aberration chromatique est de la forme

$$\vartheta_c = C_c f\alpha \frac{\Delta\phi_0}{\phi_0} = C_c R_0 \frac{\Delta\phi_0}{\phi_0}$$

on a par analogie l'expression de C_c par la relation $\tau_c = C_c\,(\Delta\phi_0/\phi_0)$. Supposons maintenant que M puisse varier de $\Delta M : M$ et ϕ ayant le même rôle dans β, il y aura aberration de masse et on aura

$$\tau_M = \tau_c .$$

5.2. CALCUL APPROCHE DE L'ABERRATION CHROMATIQUE

Soit R_0 le rayon d'un faisceau creux incident parallèle à l'axe et X_3 le demi petit axe de l'ellipse correspondante dans le plan de sortie de Q_2, lorsque la focale se forme sur l'écran E (fig. 97a) pour des particules d'énergie ϕ_0.

Une particule d'énergie $(\phi_0 - \Delta\phi_0)$ viendra en $(X_3 - \Delta X_3)$ avec une pente $(X_3 + \Delta X_3)$ et l'aberration ϑ a pour valeur (fig. 98):

$$\vartheta = \Delta X_3 + D_X \Delta X'_3 = \Delta X_3 - \frac{X_3}{X'_3}\Delta X'_3 .$$

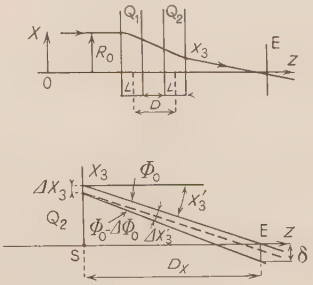


Fig. 97 et 98

On a la relation

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = 4\,\frac{\Delta\beta}{\beta} .$$

On peut calculer ϑ avec les formules du modèle rectangulaire, en différentiant par rapport à β les expressions de X_3 et X'_3 (ou de Y_3 et Y'_3 lorsqu'on travaille avec la 2ème focale).

[31]) O. Scherzer, Sphärische und chromatische Korrektur von Elektronenlinsen, Optik **2** (1947) 114–132.

[32]) G. D. Archard, Two new simplified Systems for the correction of Spherical Aberration in Electron Lenses, Proc. Phys. Soc. (London) B **68** (1955) 156.

[33]) J. C. Burfoot, Correction of Electrostatic Lenses by Departure from Rotationnal Symmetry, Proc. Phys. Soc. (London) B **66** (1953) 775.

On arrive à une expression de la forme

$$\tau_c = \frac{\Delta\beta}{\beta} f(\beta, L, (D - L)) .$$

Dans le cas de l'accélérateur linéaire du CERN, on prévoit $\Delta\phi/\phi = 2 \times 10^{-3}$ c'est-à-dire un spectre d'énergie de $\pm$ 100 keV à 50 MeV et le calcul, effectué pour $\beta = 2$, $\beta L = 0.4$, $L = 0.5$, donne sensiblement

$$\tau_c = 1.2 \times 10^{-3}$$

avec

$$C_c = 0.6 \quad \text{pour } f \simeq 3.6 \text{ m} .$$

On a vu que les lentilles Q_1 et Q_2 non corrigées possédaient dans ces conditions une aberration d'ouverture $\tau_s \approx 6 \times 10^{-3}$, c'est-à-dire bien supérieure à τ_c.

Mais avec des lentilles Q_1 et Q_2 corrigées, c'est l'aberration chromatique qui limitera les performances du doublet.

5.3. MESURE DE L'ABERRATION CHROMATIQUE

La mesure de τ_c et C_c a été effectuée par deux méthodes distinctes, afin de comparer aux résultats fournis par le calcul approché précédent, dans deux conditions d'excitation: 1ère focale, puis 2ème focale sur l'écran E à 52 cm de Q_2.

La méthode directe consiste à mesurer ϑ_c pour des tensions $\phi_0 \pm \Delta\phi_0$ en faisant varier $\Delta\phi_0$, pour plusieurs valeurs du rayon R_0. On vérifie effectivement que ϑ_c est proportionnel à $\Delta\phi/\phi_0$, pour des variations atteignant 30% et pour une même valeur de R_0, ϑ_c croît avec la convergence. La deuxième méthode utilise l'équivalence entre aberration chromatique et l'aberration de masse. Le faisceau incident d'ions lithium contient les deux isotopes Li^+_7 et Li^+_6; le lithium de masse 6 est en quantité suffisante (8% environ du courant total) pour être visible sur l'écran fluorescent: lorsqu'on obtient la focale de Li^+_7 sur l'écran, Li^+_6 est sur-focalisé et forme une ellipse de petit axe $2\vartheta_c$, et réciproquement. On a ici $\Delta M/M \simeq 16.6\%$. La mesure de $2\vartheta_c$ donne $\tau_M = \tau_c$ pour $\Delta\phi/\phi \approx 16.6\%$. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant:

	1ère focale à 52 cm de Q_1 ($f \approx 130$ cm)	2ème focale à 52 cm de Q_2 ($f \approx 17$ cm)
1ère méthode		
C_c	0.6	1.5
2ème méthode		
C_c	0.64	1.7
Calcul		
C_c	0.63	1.88

Il y a bon accord entre les valeurs mesurées et on voit que le calcul approché fournit des résultats assez proches des valeurs mesurées.

5.4. APPLICATIONS: POSSIBILITE DE SEPARATION D'ISOTOPES LEGERS

L'aberration de masse d'un doublet est suffisante pour qu'on puisse envisager la séparation d'isotopes légers, en employant la technique du faisceau creux décrite précédemment.

Les photographies 99 et 100 montrent les ellipses obtenues avec des faisceaux incidents creux, de rayon $R_0 = 15$ mm à l'entrée de la première lentille.

Dans notre cas les conditions de séparation sont les plus favorables avec un doublet stigmatique, et plus particulièrement lorsqu'on forme l'image de la source avec les ions de lithium 6: on élimine les ions Li^+_7 formant un faisceau de forte intensité, mais réparti sur une ellipse alors que le faisceau de Li^+_6 de faible intensité fournit une image beaucoup plus fine, où la charge d'espace intervient moins (voir fig. 99).

Un montage stigmatique de ce type offre un grand intérêt si on l'utilise entre le canal d'extraction d'une source de protons et la colonne accélératrice d'un accélérateur statique (Van de Graaff ou H.T. cascade) un diaphragme permet l'élimination avant accélération des ions H^+_2 et H^+_3 toujours présents dans le faisceau, évitant ainsi des surcharges de la haute tension, et une part des émissions électroniques secondaires parasites.

On peut calculer facilement une valeur approchée du pouvoir de résolution du système proposé (figure 101). Une source S_0 de diamètre

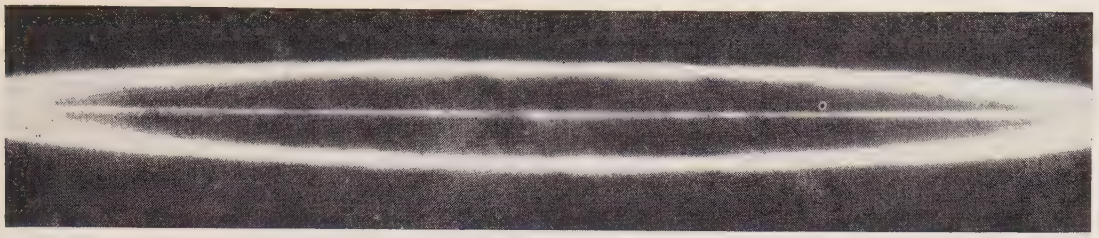


Fig. 99

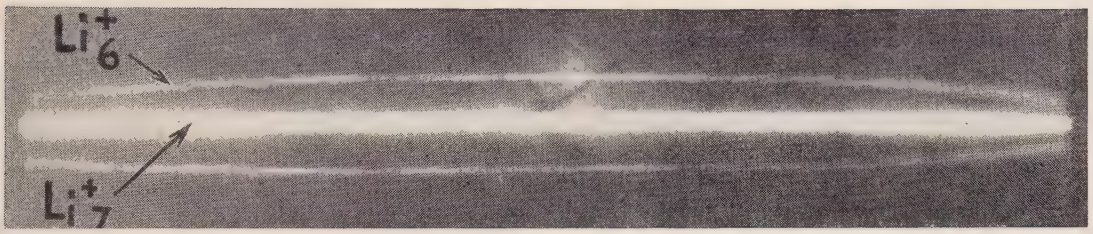


Fig. 100

2 ρ_0 émet un faisceau creux d'ouverture u_0. Les ions M^+_1 focalisés en S_1 après traversée d'une lentille électrostatique (distance focale F_E) et du doublet Q_1Q_2 de distance focale F_Q, forment une tache de rayon ρ_1; les ions de masse M_2 voisine vont en S_2 (rayon ρ_2). Dans le plan P de S_1 le pouvoir de résolution est

$$\mathscr{R} = \frac{\vartheta}{\rho_1 + \rho'_2} \# \frac{\vartheta}{\rho_1 + \rho_2} \# \frac{\vartheta}{2\rho_1}.$$

Mais

$$\vartheta = C_c R_0 \frac{\Delta M}{M}$$

et

$$\rho_0 u_0 = \rho_1 X'_3 = \rho_1 \frac{R_0}{F_Q}$$

$$\rho_1 = \rho_0 u_0 \frac{F_Q}{R_0} = \rho_0 \frac{F_Q}{F_E}$$

d'où

$$\mathscr{R} = \frac{C_c R_0}{2\rho} \frac{\Delta M}{M} \frac{F_E}{F_Q}.$$

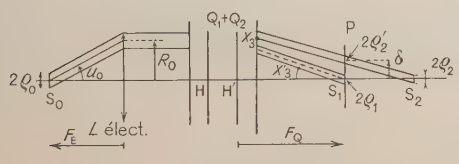


Fig. 101

C_c est la constante d'aberration chromatique correspondant à F_Q. Exemple:

$$\rho_0 = 10^{-3}\ \text{m}, \quad R_0 = 3 \times 10^{-2}\ \text{m},$$

$$F_E = 1\ \text{m}, \quad F_Q = 0.1\ \text{m}, \quad C_c \approx 2.$$

On a

$$\mathscr{R} \approx 30 \frac{\Delta M}{M}.$$

On aura $\mathscr{R} > 1$ pour

$$\frac{\Delta M}{M} > \frac{1}{30}.$$

Le pouvoir séparateur croît rapidement lorsque la convergence du doublet augmente. On voit qu'il est très facile de séparer des isotopes légers comme ceux du lithium ou du bore, à plus forte raison ceux de l'hydrogène.

6. Aberrations de mauvais alignement

6.1. DECALAGE LATERAL OU OBLIQUE DE Q_2

Nous nous sommes préoccupés surtout des aberrations provenant du mauvais alignement de Q_2 par rapport à Q_1, en étudiant la forme de la deuxième focale formée à 52 cm de Q_2 pour un faisceau initialement divergent. La distance focale est de l'ordre de 16 cm. Le faisceau utilisé avait à l'entrée de Q_1 un rayon de 1.2 cm (demi-ouverture $\approx 7 \times 10^{-3}$); lorsque l'alignement des lentilles est fait au mieux (à 10^{-1} mm près) le taux d'aberration τ est de l'ordre de 5×10^{-3}, et difficilement mesurable.

Lorsque Q_2 se déplace latéralement suivant

Ox (fig. 102) la focale se déplace suivant Oy, passant de f_0 à f_1, et devient dissymétrique. La focale obtenue en changeant le sens du courant

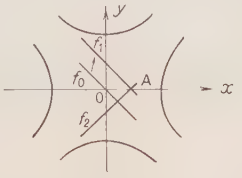


Fig. 102

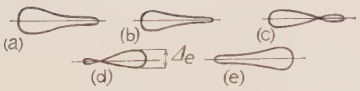


Fig. 103

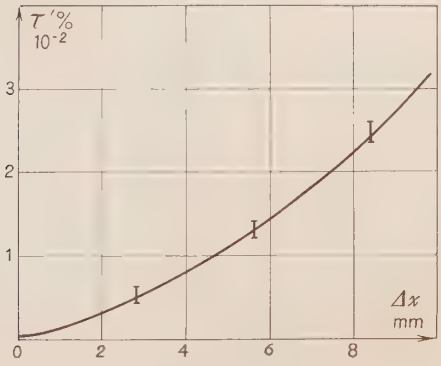


Fig. 104

dans les lentilles, que nous nommerons f_2, recoupe Ox en A, comme f_1. Le déplacement OB = OA est proportionnel au décalage Δx de Q_2 (dans notre cas OA = 2.5 Δx).

tache lorsque celle-ci a l'aspect de la figure 103b ou 103d.

Les résultats sont portés figure 104. On voit que l'effet est absolument négligeable, devant l'aberration d'ouverture, si l'alignement est effectué à quelques dixièmes de mm près.

La courbe de la figure 106 est relative à un

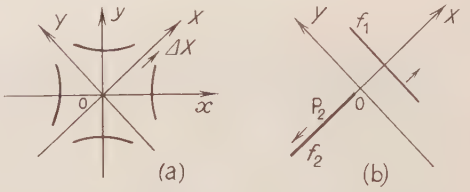


Fig. 105

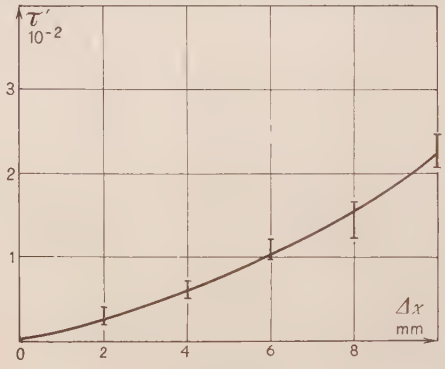


Fig. 106

déplacement de Q_2 suivant une direction OX, de quantités ΔX (fig. 105a). Ici l'action sur les focales n'est plus symétrique, suivant le sens du courant dans le système, c'est-à-dire suivant

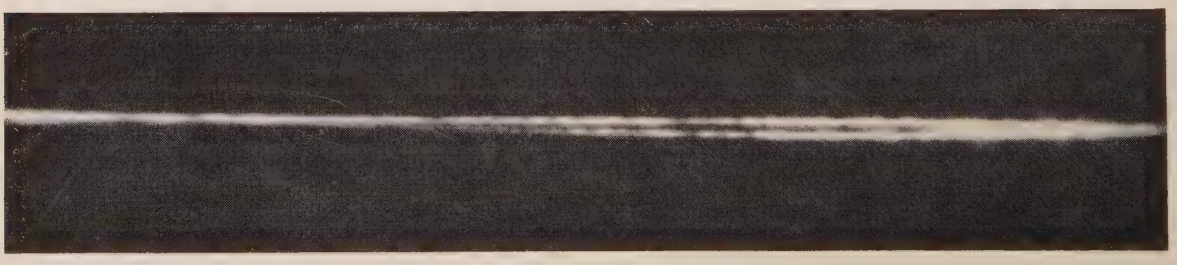


Fig. 107

Les deux focales subissent la même action et prennent l'aspect de la figure 103. Nous avons défini ici encore un taux d'aberration par le rapport $\tau' = \Delta e/2R_0$, Δe étant l'épaisseur de la

que OX est convergent-divergent, ou divergent-convergent.

La focale f_1 (plan OX, C — D) se déplace suivant OX dans le même sens que Q_2 et f_2 en

sens contraire (fig. 105b), le déplacement étant proportionnel à OX ($OP_1 = OP_2 = 1.8\ \Delta X$). La focale f_1 reste sans aberrations visibles, tandis que f_2 se déforme comme dans le cas précédent. C'est le taux d'aberration τ' de f_2 qui est porté sur la figure 106. L'effet est du même ordre de grandeur que pour le décalage suivant Ox. La figure 107 montre la déformation des focales.

6.2. ROTATION DE Q_2

Nous avons fait pivoter Q_2 autour de Oz, d'un angle $\Delta\gamma \approx 1$ degré, ce qui correspond à un décalage Δ de 5 mm environ aux angles des culasses (fig. 108).

Les focales f_1 et f_2 tournent légèrement, tout en restant centrées; les aberrations additionnelles sont faibles, les focales restant symétriques. Pour le faisceau divergent utilisé précédemment, elles ne sont pas mesurables avec précision.

Fig. 108

Nous avons alors effectué des mesures sur la première focale, avec un faisceau parallèle de rayon $R_0 = 1.8$ cm. Le taux d'aberration est alors de l'ordre de 1.2×10^{-2} au lieu de 0.8×10^{-2}. Ici encore, le positionnement pourra s'effectuer à quelques $\frac{1}{10}$ de mm près sans entraîner d'aberrations supplémentaires prohibitives.

QUATRIEME PARTIE

CALCUL DE L'ABERRATION D'OUVERTURE D'UN DOUBLET

1. Introduction

Entrepris avant l'étude expérimentale précédente, et poursuivi parallèlement à cette étude[34]), un programme étendu de calculs numériques a été effectué à l'aide de deux machines digitales électroniques différentes, dans le but:

– de préciser les équations du mouvement en tenant compte des termes d'ordre supérieur responsables des aberrations,

– de déterminer la grandeur de l'aberration d'ouverture du doublet décrit précédemment.

Les calculs ont d'abord été exécutés avec la machine S.E.A. de l'Université de Grenoble†; ils ont ensuite été comparés aux résultats fournis par une machine I.B.M.

Nous présenterons ici les différentes méthodes permettant d'obtenir les résultats numériques nécessaires pour une comparaison avec les résultats expérimentaux exposés dans la deuxième partie.

† Nous sommes heureux de remercier Monsieur le Professeur Kunstman de l'aide qu'il nous a apportée en cette occasion.

2. Equations du mouvement

2.1. EQUATIONS AU PREMIER ORDRE

Les calculs ont été effectués pour un doublet $Q_1 + Q_2$, avec $I = 4$ A, soit $\beta = 2.015\ \text{m}^{-1}$.

Avec le modèle rectangulaire, on a pris $D = 19.4$ cm, et la distance entre la face de sortie de Q_1 et la face d'entrée de Q_2 était alors de $D = 30.6$ cm.

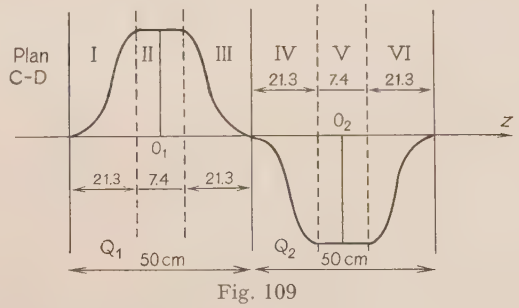


Fig. 109

Avec le modèle évolué, la fonction $k(z)$ relevée expérimentalement a conduit à $z_0 = 3.7$ cm, $b = 7.6$ cm. La "longueur" de chaque

[34]) P. Grivet, A. Septier et J. Hue, Etude de lentilles magnétiques à focalisation forte, CERN Symposium 1956, tome 1, p. 192.

lentille est de 50 cm, ce qui entraîne à commencer l'intégration à 25 cm en avant du centre Q_1, et à la terminer à 25 cm après le centre de Q_2 (fig. 109), la zone d'intégration se composant de 6 domaines de longueurs respectives 21.3, 7.4, 21.3, 21.3, 7.4 et 21.3 cm. A 25 cm du centre des lentilles le champ de fuite est négligeable.

Nous avons donné plus haut l'expression des éléments cardinaux au premier ordre, chacun des modèles permettant l'intégration des équations (4).

2.2. EQUATIONS DES TRAJECTOIRES AU TROISIEME ORDRE

Pour améliorer l'approximation, il faut faire intervenir:

– des expressions plus complètes des composantes du champ magnétique,

– les composantes transversales de la vitesse, provenant de l'inclinaison des trajectoires par rapport à la direction de l'axe Oz.

Grâce à la relation

$$\boldsymbol{B} = -\mu_0 \operatorname{grad} \psi \tag{1}$$

on peut introduire dans l'équation générale

$$m \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = e\,(\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B}) \tag{2}$$

les termes en $\mathrm{d}^2k(z)/\mathrm{d}z^2$ qui figurent dans l'expression de ψ (voir première partie, p. 126).

Pour obtenir l'équation des trajectoires dans les plans zOX et zOY, on peut encore exprimer l'opérateur $\mathrm{d}./\mathrm{d}t$ en fonction de $\mathrm{d}./\mathrm{d}z$, tout en tenant compte de la vitesse transversale. On a en effet:

$$\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right)^2 = E^2 = \frac{2e\phi_0}{M}$$

ou

$$\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}z}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z}\right)^2\right] = E^2$$

soit

$$\frac{\mathrm{d}.}{\mathrm{d}t} = E\left[1 - \tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}z}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z}\right)^2\right)\right]^{\frac{1}{2}} \frac{\mathrm{d}.}{\mathrm{d}z}. \tag{3}$$

En combinant (1), (2) et (3), on arrive finalement aux équations suivantes dites "au troisième ordre", dans lesquelles les lettres primées désignent des dérivées par rapport à z:

$$\begin{aligned} &X''\,(1 - \tfrac{1}{2}(3X'^2 + Y'^2) - X'Y'Y'' \\ &+ \beta^2\,[kX - k'XYY' - \tfrac{1}{12}k''\,(X^3 + 3XY^2)] = 0 \\ &Y''\,(1 - \tfrac{1}{2}(3Y'^2 + X'^2)) - X'Y'X'' \\ &- \beta^2\,[kY - k'XYX' - \tfrac{1}{12}k''\,(Y^3 + 3YX^2)] = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

avec

$$\beta^2 = \frac{\mu_0 nI}{a^2}\sqrt{\frac{2e}{M\phi_0}}.$$

2.3. CALCUL DES ABERRATIONS[29, 36, 37])

Les équations au premier ordre permettent de déterminer les trajectoires de particules abordant la lentille dans les plans XOz et YOz: $X(z)$ et $Y(z)$. Dans le cas où le rayon incident aborde la lentille en dehors de ces plans, à la distance r_0 de l'axe, les conditions initiales sont définies par X_0, X'_0 dans le plan OX, Y_0 et Y'_0 dans le plan OY (fig. 110). La trajectoire de la particule est connue lorsqu'on a déterminé les deux fonctions $X(z)$ et $Y(z)$, qui donnent la projection de cette trajectoire dans les deux plans considérés.

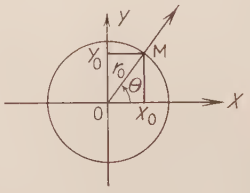


Fig. 110

Ayant ces solutions au premier ordre, on admet que les perturbations apportées par les termes du 3ème ordre des équations (4) sont des infiniments petits. La trajectoire réelle peut alors être définie par

$$x(z) = X(z) + \varepsilon(z) \text{ et } y(z) = Y(z) + \eta(z)\,. \tag{5}$$

On porte ces expressions dans (4) en notant que $X(z)$ et $Y(z)$ satisfont aux équations du 1er-ordre, et en négligeant les produits $\varepsilon\eta$ et les puissances de ε et η supérieures à la première. La méthode des perturbations fournit alors les

[36]) J. Hue et A. Septier, Détermination des aberrations dans les lentilles quadrupolaires magnétiques, CERN-PS/Hue-Sp 2 (1957) non publié.

[37]) M. Y. Bernard et J. Hue, Aberration d'ouverture des lentilles à forte convergence, C.R. **244** (1957) 732–735.

équations permettant le calcul de $\varepsilon(z)$ et $\eta(z)$ qui représentent les perturbations sur la position de la particule, et de $\varepsilon'(z)$ et $\eta'(z)$ qui représentent les perturbations sur la pente de la trajectoire.

$$\begin{aligned}
&\varepsilon'' + \beta^2 k\varepsilon = -\beta^2 [kX \tfrac{1}{2}(3X'^2 + Y'^2) \\
&- kX'Y'Y - k'XYY' - \tfrac{1}{12} k'' (X^3 + 3XY^2)] \\
&\eta'' - \beta^2 k\eta = +\beta^2 [kY \tfrac{1}{2}(3Y'^2 + X'^2) \\
&- kX'Y'X - k'XYX' - \tfrac{1}{12} k'' (Y^3 + 3YX^2)]
\end{aligned} \tag{6}$$

X, Y et leurs dérivées correspondent à la trajectoire déterminée au premier ordre. Le second membre de chaque équation est donc une fonction connue de z, puisque $X(z)$, $Y(z)$ et $k(z)$ sont connues. Mais ces équations ne peuvent être intégrées que par des méthodes d'intégration numériques nécessitant plusieurs mois de calculs avec une machine mécanique ordinaire. C'est pourquoi nous avons eu recours, pour l'intégration du système (6) complet, à des machines électroniques.

Avant de donner les résultats des différents calculs très complets effectués sur les équations précédentes, nous indiquerons une méthode rapide de calcul qui néglige l'influence des termes correspondant à l'inclinaison de la trajectoire et le terme en d^2k/dz^2 provenant des non-linéarités du champ. La comparaison des résultats à ceux obtenus par les calculs complets conduit à des ordres de grandeurs voisins, ce qui permet de le considérer comme une première approximation satisfaisante. Cette méthode utilise la représentation simple de $k(z)$ par le modèle rectangulaire.

3. Calcul rapide en partant du modèle rectangulaire[38])

3.1. HYPOTHESES DE DEPART

On part des équations simplifiées:

$$\begin{aligned}
\varepsilon'' + \beta^2\varepsilon &= +\beta^2 XYY' \frac{dk}{dz} \\
\eta'' - \beta^2\eta &= -\beta^2 XYX' \frac{dk}{dz}.
\end{aligned} \tag{7}$$

[38]) P. Grivet et M. Y. Bernard, Aberration des lentilles à forte convergence — Influence du champ longitudinal B_z —, CERN-PS/MB 6 (1955) non publié.

A l'approximation du modèle rectangulaire, le terme en dk/dz se présente sous forme d'impulsions brèves à l'entrée et à la sortie de la lentille, de largeur nulle, mais d'aire finie On a en effet, la relation (fig 111)

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} \frac{dk}{dz} dz = k(z) = 1$$

en désignant par $\pm\alpha$, un écart infiniment petit de part et d'autre des discontinuités de $k(z)$. L'impulsion est positive à l'entrée et négative à la sortie

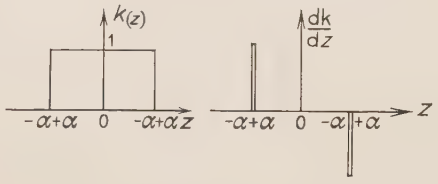


Fig. 111

3.2. METHODE DE CALCUL

Le calcul est effectué pour un faisceau isogène conique divergent dont l'ouverture maximum est $(dr/dz)_0 = r'_0$ et la distance à l'axe dans le plan d'entrée de la première lentille du doublet, r_0.

Soit dans le plan d'entrée une trajectoire qui se trouve dans un plan faisant l'angle θ avec le plan XOz. Nous avons

$$\begin{aligned}
X_0 &= r_0 \cos\theta \qquad Y_0 = r_0 \sin\theta \\
X'_0 &= r'_0 \cos\theta \qquad Y'_0 = r'_0 \sin\theta .
\end{aligned} \tag{8}$$

Lorsqu'on franchit le plan d'entrée P_0, la pente subit une variation provoquée par le champ de fuite et symbolisée par le terme en dk/dz, dans le plan P_1 situé sur la face intérieure de la lentille (fig. 112)

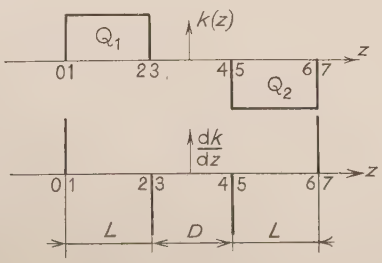


Fig. 112

$$\varepsilon'_1 = X'_1 - X'_0 = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \beta^2 X_0 Y_0 Y'_0 \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}z}\,\mathrm{d}z \qquad (9)$$

$$\eta'_1 = Y'_1 - Y'_0 = \int_{-\alpha}^{\alpha} -\beta^2 X_0 Y_0 X'_0 \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}z}\,\mathrm{d}z$$

et par suite

$$X'_1 = r'_0 \cos\theta + \beta^2 r_0^2 r'_0 \sin^2\theta \cos\theta$$

$$Y'_1 = r'_0 \sin\theta - \beta^2 r_0^2 r'_0 \sin\theta \cos^2\theta\,.$$

La perturbation brusque ne modifie pas la position du rayon

$$X_1 = X_0 \qquad \text{et} \qquad Y_1 = Y_0\,.$$

A l'intérieur de la lentille, $\mathrm{d}k/\mathrm{d}z = 0$; on calcule X_2, Y_2 grâce a la matrice de transfert classique:

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta L & \frac{1}{\beta}\sin\beta L \\ -\beta \sin\beta L & \cos\beta L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X'_1 \end{pmatrix}.$$

A la sortie de la première lentille, une réfraction identique se produit, mais changée de signe.

Entre Q_1 et Q_2, sur une distance D, les rayons vont en ligne droite. On obtient de nouvelles conditions initiales à l'entrée de Q_2: X_4, X'_4, Y_4 et Y'_4, puis on analyse de même l'influence des perturbations à l'entrée et à la sortie de Q_2. On obtient alors l'équation des rayons dans le plan de sortie de Q_2: $X_7\, X'_7\, Y_7\, Y'_7$.

Le faisceau émergent s'appuie sur deux focales perpendiculaires contenues dans les plans de symétrie.

La focale contenue dans le plan XOz est située à la distance $S = -Y_7/Y'_7$ et a pour longueur $d = 2\,(X_7 - X'_7\, Y_7/Y'_7)$. Des formules symétriques permettent d'obtenir les caractériques de la focale contenue dans le plan YOz.

3.3. RESULTATS GENERAUX

Si on se place dans le plan de front contenant la première focale (contenue dans le plan YOz lorsque le plan XOz est le plan convergent pour Q_1) le rayon défini par (8) va passer par un point de coordonnées:

$$X = C \cos\theta \sin^2\theta$$

$$Y = A \sin\theta + B \sin\theta \cos^2\theta$$

où A, B, C sont des coefficients dépendant de r_0, r'_0, β, L et D. Il paraît malheureusement difficile d'en obtenir une expression générale maniable et les calculs ont seulement été effectués numériquement.

La figure 113 indique la forme générale des taches focales, et la correspondance entre les rayons qui bordent le faisceau dans le plan d'entrée et sur les focales. Les focales ne sont plus des segments de droite d'égale épaisseur, et on retrouve bien la forme des taches trouvée expérimentalement pour des faisceaux creux.

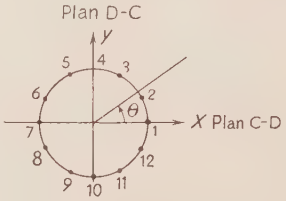


Fig. 113 a

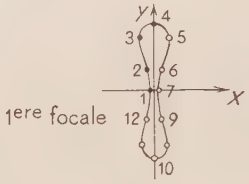


Fig. 113 b

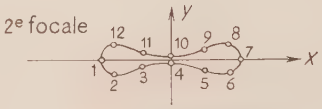


Fig. 113 c

Les rayons notés 2, 8, 6, et 12 sont ceux qui passent le plus loin de l'axe OX dans la deuxième focale; ils sont définis par

$$\mathrm{tg}\,\theta = \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{2} \quad \text{soit} \quad \theta \simeq 35°\,.$$

De même les rayons 3, 5, 9 et 11 qui fournissent l'aberration maximum pour la première focale sont tels que

$$\mathrm{tg}\,\theta = \pm \sqrt{2} \quad \text{soit} \quad \theta \approx 55°\,.$$

Lorsqu'on se déplace suivant Oz en s'éloignant des lentilles, on trouve successivement les figures d'aberration dans l'ordre indiqué figure 78 de (a) à (d), en bon accord avec les phénomènes observés, correspondant à une aberration d'ouverture négative.

3.4. RESULTATS NUMERIQUES

Pour le doublet étudié, avec $L = 19.4$ cm ($D = 30.6$ cm, et $\beta = 2.015\ \mathrm{m}^{-1}$ (ce qui correspond à $I = 4$ A), les calculs ont été effectués dans trois cas: faisceau incident parallèle à l'axe, faisceau incident conique de demi-ouverture $\alpha = 10^{-3}$, puis $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$ radian.

3.4.1. Faisceau incident parallèle

La première focale a pour équations:

$$X = -19.3\, r_0^3 \cos\theta \sin^2\theta$$
$$Y = 0.79\, r_0 \sin\theta - 10.2\, r_0^3 \sin\theta \cos^2\theta\,.$$

avec r_0 en mètres

Elle est située à $z_1 = 2.18$ m de la face de sortie de Q_2. Son épaisseur totale maximum $2\vartheta_X$ est de $2\vartheta_X = 15.3\, r_0^3$ soit 0.412 mm pour $r_0 = 3$ cm. La seconde focale définie par

$$X = -0.79\, r_0 \cos\theta - 43\, r_0^3 \sin^2\theta \cos\theta$$
$$Y = -22\, r_0^3 \sin\theta \cos^2\theta$$

se trouve à $z_2 = 5.14$ m de la face de sortie de Q_2, et a une épaisseur maximum de $2\vartheta_y = 17\, r_0^3$ soit 0.46 mm pour $r_0 = 3$ cm. Les deux focales ont la même longueur (47.4 mm), et ont sensiblement la même épaisseur.

On remarquera sur les formules que l'épaisseur 2ϑ varie bien selon la loi

$$2\vartheta \simeq K r_0^3\,.$$

Le taux d'aberration $\tau = \vartheta/r_0$ serait d'après ce calcul, voisin de:

$$\tau \# 7 \times 10^{-3}$$

c'est-à-dire légèrement supérieur à ce que donne l'expérience ($\tau_{exp} \approx 6 \times 10^{-3}$).

3.4.2. Faisceau incident divergent

Les calculs ont été effectués pour des faisceaux de rayon $r_0 = 3$ cm dans le plan d'entrée de Q_1 et des ouvertures angulaires r'_0, de 10^{-3} et 2×10^{-3} radians.

Les taches focales conservent la même forme, mais leur épaisseur croît avec α.

Pour $\alpha = 10^{-3}$, on a

$$2\vartheta_X = 0.5 \text{ mm}$$

pour la 1ère focale et

$$2\vartheta_Y = 0.53 \text{ mm}$$

pour la 2ème focale.

Ces focales sont situées à 2.38 et 5.93 m respectivement de Q_2, et ont pour longueur 5.04 et 5.5 cm.

Pour $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$, on aurait de même,

$$2\vartheta_X = 0.57 \text{ mm}$$

et

$$2\vartheta_Y = 0.66 \text{ mm}$$

les focales ayant 5.9 et 8 cm, et étant situées à 2.52 et 8 mètres de Q_2. Ces résultats sont résumés sur la figure 114.

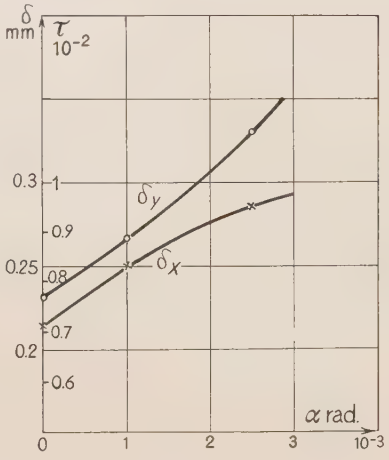


Fig. 114

En conclusion, ce calcul simplifié donne des résultats en accord avec l'expérience sur deux points:

– l'épaisseur totale 2ϑ des taches focales est fournie correctement,

– cette épaisseur est pratiquement la même pour les deux focales, c'est-à-dire pour une même valeur de la distance focale, puisqu'il s'agit ici d'un doublet formé de deux lentilles identiques.

3.5. AMELIORATION DE LA PRECISION DU CALCUL[39])

En partant des équations simplifiées énoncées plus haut, on pourrait utiliser le modèle évolué. Mais il faut environ un mois de calcul numérique pour obtenir la trajectoire dans une seule lentille. Le calcul a été abandonné par suite de

[39]) J. Hue, Trajectoires et aberrations dans une lentille à forte convergence magnétique, CERN-PS–JHue 1 (1956) non publié.

cette difficulté, et il a été ensuite confié à des machines électroniques, sous sa forme complète: pour les machines électroniques, le temps de calcul n'est guère plus grand dans le second cas que dans le premier.

4. Intégration des équations générales par une machine analogique[36])

4.1. DESCRIPTION RAPIDE DE LA MACHINE

Il s'agit d'une machine OME, de la Société d'Electronique et d'Automatisme. Elle est constituée essentiellement d'amplificateurs à courant continu associés à des circuits *RC*, que l'on peut interconnecter. Ces étages peuvent être connectés à un tableau de potentiomètres dit "d'affichage" qui portent des valeurs numériques constantes (conditions initiales par exemple), à un pont de mesure qui permet de connaître les tensions à un moment quelconque de l'intégration, et à un oscilloscope spécial sur lequel on peut voir la courbe intégrée.

Cet ensemble est complété d'un suiveur optique et d'un générateur de fonctions. Le suiveur optique permet d'obtenir, pour chaque valeur de l'abscisse, un signal proportionnel à l'ordonnée d'une courbe donnée tracée sur un tambour tournant. Cette courbe, tracée au préalable, représente par exemple le second membre de l'équation différentielle, qui est une fonction connue de z. La tension ainsi obtenue est injectée en un point de la chaîne des calculs.

Le générateur de fonctions est formé de doubles diodes et de potentiomètres. En jouant sur les tensions de blocage des diodes, on peut approximer une courbe quelconque, telle que $k(z)$, par une ligne polygonale inscrite.

Le schéma de la figure 115 est celui de la chaîne de calcul réalisée pour l'intégration des équations (6). Le générateur de fonctions, combiné à un élément multiplicateur, est représenté par le bloc (D): il fournit une tension $k\varepsilon$; le suiveur optique, figuré par (N), donne le second membre. Des asservissements lient le déplacement du suiveur optique, figurant celui de la particule sur Oz, et le fonctionnement de (D).

Dans le cas où $k(z)$ est une constante, (D) se réduit à un potentiomètre sur lequel on affiche la valeur k_0 de cette constante: on n'utilise plus les organes délicats du générateur de fonctions et son système d'asservissement: une source d'erreurs possible est ainsi évitée.

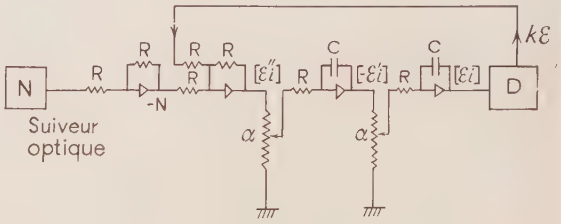


Fig. 115

Ampli courant continu

gain 105, $R = 2\text{M}\Omega$, $C = 0.5\ \mu\text{F}$, $\alpha = 0.02$.

Les calculs ont été effectués de trois manières différentes:

– tout d'abord avec le modèle rectangulaire, ce qui élimine les termes en $k'(z)$ et $k''(z)$ des équations (6); il ne subsiste plus alors que les termes d'aberrations "d'inclinaison de la vitesse";

– puis avec le modèle évolué, en intégrant les équations (6);

– enfin, les mêmes équations, mais en utilisant un changement de variable qui permet d'utiliser une nouvelle fonction caractéristique k constante à l'entrée et à la sortie des lentilles. D'après la remarque précédente, ce calcul doit être le plus précis.

4.2. PREPARATION DU CALCUL

Soit u une variable d'intégration, et $f(u)$ $g(u)$, des solutions particulières de l'équation au premier ordre sans second membre. Une trajectoire X s'écrit, si les conditions initiales sont X_0 et X'_0:

$$X = X_0 f(u) + X'_0 g(u)\,. \tag{10}$$

De même pour Y.

Ces formes linéaires, substituées dans le second membre de (6) conduisent en développant les expressions qui y figurent, à 10 termes monômes de la forme

$$X_0^p X'^q_0 Y_0^r Y'^s_0\, G_i(u) \tag{11}$$

avec $p + q + r + s = 3$.

Une solution ε cherchée est donc la somme de 10 perturbations ε_1, elles-mêmes solutions d'équations de la forme

$$\varepsilon_i + \beta^2 k \varepsilon_i = X_0{}^p X'_0{}^q Y_0{}^r Y'_0{}^s G_i(u) \qquad (12)$$

$$\varepsilon = \Sigma \varepsilon_i .$$

On pose alors

$$[\varepsilon_i] = X_0{}^p X'_0{}^q Y_0{}^r Y'_0{}^s \varepsilon_i .$$

A chaque $G_i(u)$, donc à chaque monôme homogène, est ainsi attachée une équation réduite

$$[\varepsilon''_i] + \beta^2 k [\varepsilon_i] = G_i(u) . \qquad (13)$$

Les conditions initiales sont, à l'entrée de Q_1

$$[\varepsilon_i] = 0 \qquad \text{et} \qquad [\varepsilon'_i] = 0 .$$

On établit alors des tables numériques de $f(u)$ et $g(u)$; on en déduit les fonctions $G_i(u)$ correspondant à chaque monôme et on trace les courbes $y_i = G_i(u)$. Ces courbes seront déposées successivement sur le tambour du suiveur optique; on calcule alors les termes (ε_i), on en déduit les perturbations ε_i et enfin la perturbation totale ε. On fait de même pour η.

4.3. CHANGEMENT DE VARIABLE POSSIBLE

Si dans les équations au premier ordre,

$$\begin{cases} X'' + \beta^2 X \dfrac{1}{\left[1 + \left(\dfrac{z + z_0}{b}\right)^2\right]^2} = 0 \\ Y'' - \beta^2 Y \dfrac{1}{\left[1 + \left(\dfrac{z + z_0}{b}\right)^2\right]^2} = 0 \end{cases}$$

on pose

$$X = \frac{x}{\sin \varphi}, \quad Y = \frac{y}{\sin \varphi}, \quad \left(\frac{z + z_0}{b}\right) = \operatorname{cotg} \varphi$$

on obtient

$$x'' + \omega_1{}^2 x = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_1{}^2 = 1 + b^2\beta^2$$

$$y'' + \omega_1{}^2 y = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_2{}^2 = 1 - b^2\beta^2 ,$$

ω_1 et ω_2 sont des coefficients constants. C'est en utilisant cette méthode qu'on aboutit aux équations des éléments cardinaux d'un doublet. Si on fait le même changement de variable dans les équations (6), les équations sans second membre en ε et η sont également à coefficients constants, et leur intégration ne nécessite plus l'emploi du générateur de fonctions.

4.4. DEPOUILLEMENT DES RESULTATS

La machine fournit donc les perturbations ε, η, ε' et η' apportées aux coordonnées et aux pentes dans le plan de sortie du système: dans le cas du modèle rectangulaire, c'est la face de sortie de la lentille Q_2, dans le cas du modèle évolué, c'est un plan distant de 25 cm du centre de Q_2.

Ces perturbations sont exprimées en fonction des conditions initiales r_0 et r'_0: on peut donc en déduire l'équation des rayons, puis l'équation des taches d'aberration au voisinage du plan de Gauss relatif à chacune des focales. D'une manière générale, on a calculé les dimensions de la tache dans les plans de Gauss (plans où les rayons incidents infiniment voisins de l'axe le recoupent à la sortie), puis dans des plans équidistants qui recoupent le faisceau en avant des plans de Gauss.

Pour un faisceau incident issu d'un point source situé sur l'axe, on peut montrer que chaque grandeur ε, η, ε' et η' est la somme de 10 termes où interviennent $X_0\ Y_0\ X'_0\ Y'_0$. On aurait par exemple[29]):

$$\varepsilon = X_0 (a_1 X_0{}^2 + a_2 Y'_0{}^2 + a_3 X'_0{}^2 + a_4 Y_0{}^2 + a_5 Y_0 Y'_0)$$

$$+ X'_0 (a_6 X'_0{}^2 + a_7 X_0{}^2 + a_8 Y_0{}^2 + a_9 Y'_0{}^2 + a_{10} Y_0 Y'_0)$$

et de même pour les autres grandeurs.

Les pentes X'_0 et Y'_0 étant, dans le cas d'un faisceau isogène, proportionnelles à X_0 et Y_0, on voit que tous les termes d'aberrations sont proportionnels à la puissance 3 du rayon r_0. Ces coefficients se réduisent à deux si le faisceau incident est parallèle à l'axe $(X'_0 = Y'_0 = 0)$ et, dans ce cas, les rayons émergents sont décrits par des équations de la forme:

$$X_S = a_0 X_0 - b_0 X_0{}^3 - c_0 X_0 Y_0{}^2$$

$$X'_S = -d_0 X_0 - e_0 X_0{}^3 - f_0 X_0 Y_0{}^2$$

$$Y_S = a_1 Y_0 - b_1 Y_0{}^3 - c_1 Y_0 X_0{}^2$$

$$Y'_S = -d_1 Y_0 - e_1 Y_0{}^3 - f_1 Y_0 X_0{}^2 .$$

Les calculs numériques montrent que les coefficients a, b, c, d, e, f, sont toujours positifs. Les plans de Gauss sont définis respectivement par

$$z_1 = -\frac{X_S}{X'_S} = \frac{a_0}{d_0} \qquad z_2 = -\frac{Y_S}{Y'_S} = \frac{a_1}{d_1} .$$

Les perturbations tendent toujours à ramener la trajectoire vers l'axe (l'écart à l'axe est diminué; la pente, négative ici, est accrue).

4.5. VALEURS NUMERIQUES

4.5.1. Modèle rectangulaire

Nous donnerons à titre comparatif, les résultats pour un faisceau incident parallèle, pour montrer que les termes "de vitesse pure" qui interviennent seuls ici, sont négligeables devant les termes de "non linéarité" du champ que nous verrons plus loin.

Dans le plan de sortie P_S de Q_2:

$$\begin{aligned} X &= 0.590\,218\ X_0 - 0.000\,009\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,011\ X_0 Y_0^2 \\ X' &= -0.002\,700\ X_0 - 0.000\,000\,1\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,000\,1\ X_0 Y_0^2 \\ Y &= 1.377\,446\ Y_0 - 0.000\,012\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,009\ Y_0 X_0^2 \\ Y' &= -0.002\,700\ Y_0 - 0.000\,000\,04\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,001\ Y_0 X_0^2 . \end{aligned} \tag{15}$$

La première focale serait, au premier ordre, en $z_1 = 218.599$ cm, et la seconde en $z_2 = 510.165$ si on prend l'origine dans le plan P_S. Le rayon perturbé, pour $X_0 = 3$ cm recouperait l'axe Oz en $z'_1 = 218.70$ cm, c'est-à-dire en arrière du plan de Gauss et on aurait ici dans ce plan, une tache avec deux points doubles. L'épaisseur $2\vartheta_X$ serait de l'ordre de 0.01 mm. Pour la deuxième focale, on aurait $2\vartheta_Y \approx 0.11$ mm. Dans les deux régions les taches d'aberration à points doubles sont situées du côté des lentilles: l'aberration calculée ici a le même que l'aberration observée expérimentalement.

4.5.2. Modèle évolué, sans changement de variable

On obtient, pour un faisceau incident cylindrique de rayon $r_0 = 3$ cm

$$\begin{aligned} X &= 0.560\,431\ X_0 - 0.000\,626\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,329\ X_0 Y_0^2 \\ X' &= -0.002\,536\ X_0 - 0.000\,011\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,009\ X_0 Y_0^2 \\ Y &= 1.336\,856\ Y_0 - 0.000\,771\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,591\ Y_0 X_0^2 \\ Y' &= -0.002\,536\ Y_0 - 0.000\,015\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,009\ Y_0 X_0^2 . \end{aligned} \tag{16}$$

On voit immédiatement que les aberrations sont beaucoup plus importantes lorsque tous les termes des équations (6) subsistent.

Mais le calcul numérique montre qu'en faisant confiance à ces résultats, on obtient une évolution de sens opposé dans la forme de la section du faisceau au voisinage des focales: il n'y a plus accord avec l'expérience.

Notons cependant que le taux d'aberration serait ici, pour la première focale

$$\tau_X = \frac{\vartheta_X}{r_0} = 2.3 \times 10^{-3}$$

pour la deuxième focale

$$\tau_Y = \frac{\vartheta_Y}{r_0} = 11 \times 10^{-3} .$$

Nous donnerons plus loin les 10 coefficients des termes d'aberration pour un faisceau d'ouverture quelconque (voir tableau page 271).

4.5.3. Modèle évolué, après changement de variable

Les résultats, assez proches à première vue des précédents, sont cette fois en bon accord avec l'expérience, tout au moins pour le sens de variation des taches focales.

On obtient pour un faisceau parallèle:

$$\begin{aligned} X &= 0.560\,431\ X_0 - 0.000\,280\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,240\ X_0 Y_0^2 \\ X' &= -0.002\,536\ X_0 - 0.000\,004\ X_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,005\,5\ X_0 Y_0^2 \\ Y &= 1.336\,856\ Y_0 - 0.000\,410\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,620\ Y_0 X_0^2 \\ Y' &= -0.002\,536\ Y_0 - 0.000\,007\ Y_0^3 - \\ &\quad - 0.000\,009\ Y_0 X_0^2 . \end{aligned} \tag{17}$$

Considérons tout d'abord un faisceau incident creux de 3 cm de rayon.

Les trajectoires planes "au 3ème ordre" recoupent bien l'axe Oz en avant des plans de Gauss. Ceux-ci sont situés respectivement à $z_1 = 221$ cm et $z_2 = 527.15$ cm, du plan P_S, alors que la pseudo-focale d'épaisseur nulle sur l'axe est en $z'_1 = 216.92$ et $z'_2 = 512.95$.

Pour $X'_0 = Y'_0 = 0$, on aurait (avec $X_0 = Y_0 = 3$ cm): pour la première fecale

$$2\vartheta_X = 0.06 \text{ mm soit } \tau_X = 10^{-3}$$

pour la deuxième focale

$$2\vartheta_Y = 0.26 \text{ mm soit } \tau_Y = 4.3 \times 10^{-3} .$$

Si le faisceau possède une ouverture α de 10^{-3}, on a maintenant

$$\begin{aligned} 2\vartheta_X &= 0.12 \text{ mm} & \tau_X &= 2 \times 10^{-3} \\ 2\vartheta_Y &= 0.29 \text{ mm} & \tau_Y &= 5 \times 10^{-3} . \end{aligned}$$

Le tableau suivant donne les coefficients numériques des différents termes d'aberration dans le plan de sortie P_S:

	X_0^3	$X_0^2X'_0$	$X_0X'^2_0$	$X_0Y'^2_0$	$X_0Y_0Y'_0$	$X_0Y_0^2$	X'^3_0	$X'_0Y'^2_0$	$X'_0Y'_0Y_0$	$X'_0Y_0^2$
X_S	— 0.000 771	— 0.088 7	— 2.396	— 1.226	— 0.060 5	— 0.000 591	— 35.77	— 56.445	— 2.121	— 0.044 9
X'_S	— 0.000 015	— 0.001 64	— 0.026 5	+ 0.056 6	— 0.000 354	— 0.000 009	+ 0.380 8	+ 6.338	+ 0.043 1	— 0.000 520
Y_S	— 0.000 626	+ 0.006 91	— 1.392 6	— 0.214 3	+ 0.012 3	— 0.000 329	— 32.295	— 29.752	— 8.112 9	— 0.025 3
Y'_S	— 0.000 011	— 0.000 208	— 0.088 9	— 0.040 1	— 0.000 518	— 0.000 009	— 3.925	— 11.045	— 0.294 6	— 0.001 54

Enfin pour $\alpha = 2 \times 10^{-3}$, on aurait:

$$2\vartheta_X = 0.21 \text{ mm} \qquad \tau_X = 3.5 \times 10^{-3}$$
$$2\vartheta_Y = 0.33 \text{ mm} \qquad \tau_Y = 5.5 \times 10^{-3}.$$

Le taux d'aberrations croît linéairement avec α pour la première focale, beaucoup plus lentement pour la seconde.

Dans les plans de Gauss, la section du faisceau est une pseudo-ellipse aplatie (figure 78d). Le faisceau recoupe les plans de coordonnées (OY ou OX) suivant une courbe (C) (fig. 116), en avant du plan de Gauss P_0. En $z'_1 = z_A$, l'épaisseur du faisceau est nulle sur l'axe; entre z_A et z_B, elle est nulle sur (C).

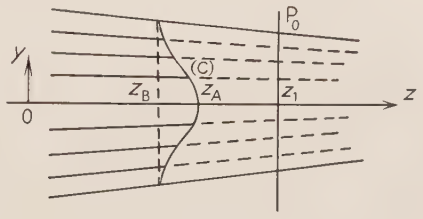


Fig. 116

De part et d'autre de z_A et z_B, la section n'a plus de points doubles. Si on considère maintenant un faisceau incident plein, parallèle à Oz et de rayon extérieur r_0, chacune des nappes cylindriques composantes de rayon $r_i < r_0$ va fournir une structure analogue à celle-ci en avant de P_0, et à chaque valeur de r_i va correspondre une valeur $(z_A)_i$ différente: dans le plan XOz on aura une véritable caustique dont la pointe sera dans le plan de Gauss P_0 (fig. 117a), et de même pour la seconde focale.

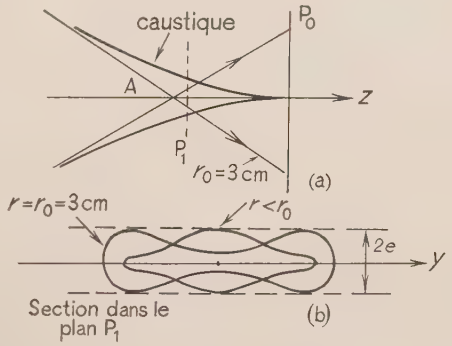


Fig. 117

Après calcul des différentes sections du faisceau, on s'aperçoit, au voisinage de chaque focale:

– que dans P_0 les rayons extérieurs correspondent toujours à la nappe incidente de rayon r_0,

– qu'il existe, en avant de P_0, une zone d'amincissement maximum P_1 (analogue à la zone de meilleure mise au point dans les instruments

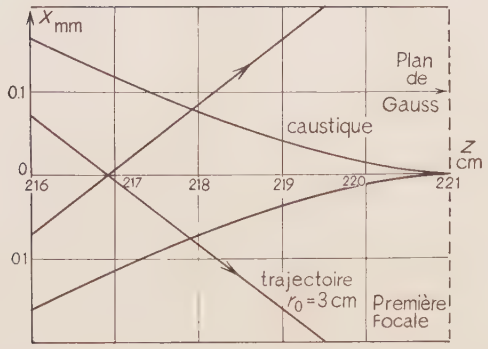


Fig. 118

d'optique classique). Cette aire d'amincissement maximum est limitée aux extrémités seulement par les rayons correspondant aux rayons incidents extérieurs; au voisinage du petit axe de la tache, ce sont des rayons correspondant à des incidents intérieurs au faisceau qui en forment l'enveloppe extérieure (figure 117b). L'épaisseur moyenne $2e$ de cette figure est nettement supérieure à l'épaisseur 2ϑ, de la tache d'aberration située en A et correspondant au faisceau creux de rayon r_0. On a sensiblement, pour un faisceau incident parallèle:

$$e_X \approx 2.5 \quad \vartheta_X \approx 0.1\,\lambda_X$$

et

$$e_Y \approx 2 \quad \vartheta_Y \approx 0.1\,\lambda_Y$$

en appelant 2λ l'épaisseur du faisceau dans les plans de Gauss. La coupe du faisceau suivant Oz est représentée sur les figures 118 et 119 au voisinage de la première et de la deuxième focales.

Le taux d'aberration τ, calculé par cette

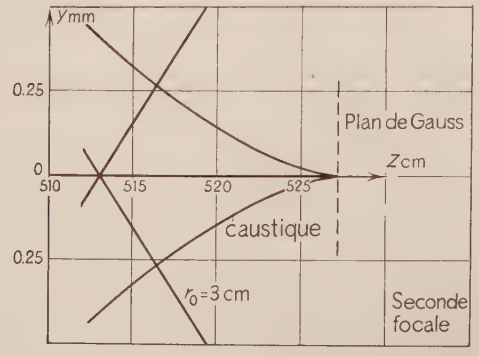


Fig. 119

méthode est nettement inférieur au taux mesuré, tout au moins pour la première focale: 10^{-3} au lieu de 5 à 6 $\times$ 10^{-3}. Quant à la deuxième focale, ce calcul donne un taux ϑ_Y 4 fois supérieur à ϑ_X, alors que l'expérience semble montrer que $\vartheta_X = \vartheta_Y$, la distance focale étant la même dans les deux plans.

Les calculs ont été effectués une seconde fois, en conservant seulement, dans les équations (6) les termes de "non-linéarité" du champ: les coefficients des termes d'aberrations varient seulement de quelques pour cent, ce qui montre bien le peu d'influence de l'inclinaison des trajectoires. Il faut noter toutefois que le doublet travaille ici en système optique à faible convergence. Pour de fortes convergences, entraînant de fortes pentes à l'intérieur du système, il n'en serait plus de même ,et en particulier dans le cas où le doublet est équivalent à un système de révolution ($\beta L \simeq \pi$) et où les trajectoires deviennent oscillantes.

4.6. ELEMENTS AU PREMIER ORDRE

La distance focale gaussienne du doublet, tirée du système (17) est $F_X = F_Y = 3.94$ mètres. Les foyers étant situés respectivement à 2.21 m et 5.27 m du plan de sortie P_S, c'est-à-dire à 2.71 et 5.77 m du centre géométrique C du doublet.

5. Intégration par machine arithmétique

5.1. LA MACHINE

Il s'agit de l'ordinateur 704 de la Compagnie IBM France. Les intégrations sont effectuées pas à pas en utilisant l'une des méthodes classiques d'intégration numérique: soit méthode de Milne, soit méthode de Runge-Kutta.

Le programme de calcul est établi à partir des équations (6), sur cartes perforées, puis soumis à la machine dans laquelle on introduit les conditions initiales, elles aussi à l'aide de cartes.

La machine calcule elle-même les fonctions $k(z)$ et les seconds membres des équations (6) à chaque pas: il n'y a plus ici de calcul manuel comme pour la machine précédente.

Le temps de calcul complet du système (6)

pour une trajectoire perturbée est alors légèrement inférieur à 3 minutes, y compris l'impression des résultats au début et à la fin de chacun des 6 domaines, le pas d'intégration étant choisi de 0.5 mm c'est-à-dire très petit par rapport à la longueur du système.

5.2. RESULTATS NUMERIQUES

Pour chaque trajectoire il faut fournir des conditions initiales précises, et la machine donne les perturbations globales dans le plan de sortie P_S: on n'a donc plus directement l'expression des perturbations en fonction des différentes variables X_0 Y_0 X'_0 et Y'_0.

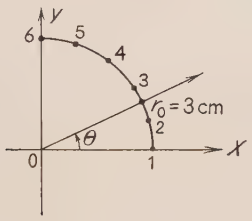


Fig. 120

Le calcul a été effectué pour 6 rayons incidents parallèles à l'axe, situés à 3 cm de l'axe dans l'un des quadrants (fig. 120) et tels que:

$$
\begin{aligned}
X &= 0.560\,452\ X_0 - 0.000\,076\,7\ X_0^3 - \\
&\quad - 0.000\,335\,0\ X_0 Y_0^2 \\
X' &= 0.002\,536\ X_0 - 0.000\,001\,3\ X_0^3 - \\
&\quad - 0.000\,006\,6\ X_0 Y_0^2 \\
Y &= 1.336\,856\ Y_0 - 0.000\,096\,5\ Y_0^3 - \\
&\quad - 0.000\,153\,3\ Y_0 X_0^2 \\
Y' &= 0.002\,536\ Y_0 - 0.000\,002\,7\ Y_0^3 - \\
&\quad - 0.000\,002\,9\ Y_0 X_0^2 .
\end{aligned}
\qquad (18)
$$

Si on détermine le taux d'aberrations pour la première pseudo-focale, on arrive à

$$2\vartheta_X \# 0.30 \text{ mm} \quad \text{soit} \quad \vartheta_X \# 5 \times 10^{-3} .$$

Mais la deuxième focale aurait un taux d'aberration cinq fois plus faible

$$2\vartheta_Y \# 0.05 \text{ mm} \quad \text{soit} \quad \vartheta_Y \# 10^{-3} .$$

Nous obtenons donc un phénomène opposé à celui que laisse prévoir le calcul précédent, les taux d'aberration restant du même ordre de grandeur.

La figure 121 montre l'aspect de différentes sections transversales du faisceau au voisinage de la première focale, calculées à partir des valeurs des perturbations fournies par la machine et la figure 122 est une photographie d'un modèle réalisé avec des fils tendus pour matérialiser le faisceau dans cette même région.

Trajectoire n°	X_0 (cm)	Y_0 (cm)	θ	$X'_0 Y'_0$
1	3	0	0	0
2	2.853 0	2.853 0	18°	
3	2.449 5	1.713 19	arc tg $(\frac{1}{2}\sqrt{2}) \approx 35°$	
4	1.731 9	2.449 5	arc tg $\sqrt{2} \approx 55°$	
5	0.927 0	2.853 0	72°	
6	0	3	90°	

Les valeurs des perturbations globales fournies par la machine nous ont permis de vérifier qu'elles pouvaient encore se mettre sous la forme générale:

$$\varepsilon = A_0 X_0 + B_0 X_0^3 + C_0 X_0 Y_0^2 \text{ etc.}$$

et de calculer les différents coefficients numériques.

On arrive alors aux expressions suivantes, qu'on peut comparer à celles données par le calcul précédent (paragraphe 4-5-3)

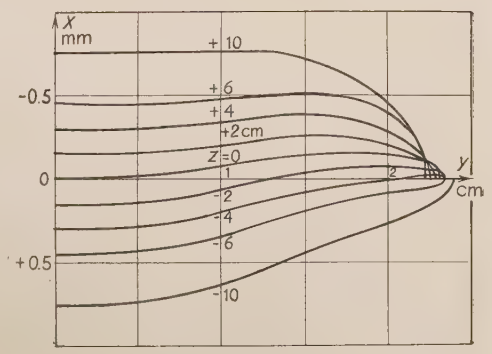


Fig. 121

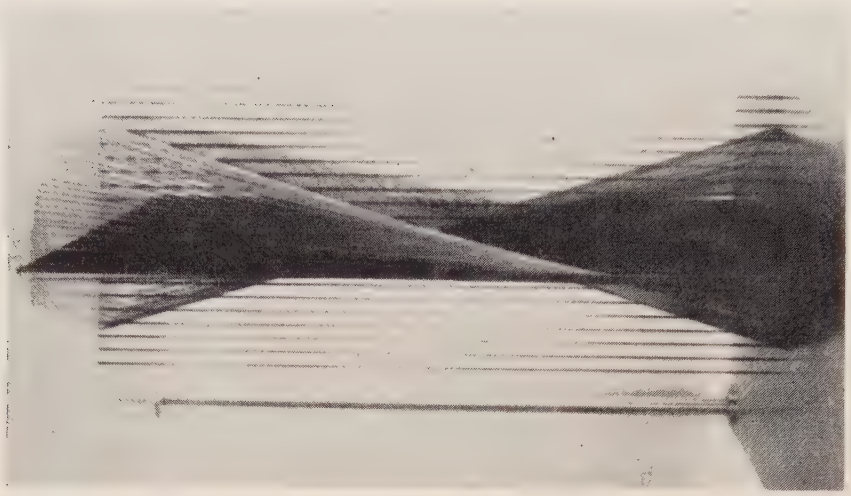


Fig. 122

6. Conclusion

Sur tous les calculs effectués avec le modèle évolué et les équations (6), on doit retenir seulement:

– les résultats obtenus avec la machine de Grenoble après changement de variable, la précision étant maximum dans ce cas,

– les résultats obtenus avec la machine IBM.

Dans l'un et l'autre cas, il nous est impossible de déterminer la précision absolue des calculs.

Les résultats sont en bon accord sur deux points: le "sens" de l'aberration, défini à partir du sens de l'évolution de la section du faisceau au voisinage des focales, et l'ordre de grandeur du taux d'aberration de 1 à 5×10^{-3} pour un faisceau incident creux parallèle à l'axe de 3 cm de rayon. Ils sont proches des résultats expérimentaux, qui fixent à 5 ou 6×10^{-3} le taux maximum d'aberrations dans ces conditions. Mais ils s'opposent sur un point: celui de savoir si la deuxième focale est plus ou moins perturbée que la première, et s'opposant en cela à l'expérience qui tend à montrer que les aberrations sont parfaitement identiques sur les deux focales. Il est donc difficile de conclure sur ce point.

Rappelons pour terminer que le calcul simplifié et rapide, à l'aide du modèle rectangulaire ne nécessitant pas l'emploi de machine électronique, fournit également des résultats d'intérêt non négligeable: il conduit à des aberrations identiques pour les deux focales, avec un taux d'aberrations un peu supérieur à celui que donne l'expérience; mais l'allure des variations de ces aberrations avec l'ouverture du faisceau reste valable. Il permettrait donc d'avoir rapidement une limite supérieure un peu pessimiste des aberrations d'un système de lentilles quadrupolaires. L'accord relativement bon de ce calcul et de l'expérience peut s'expliquer en supposant que le terme d'aberration dû au champ B_z est largement prépondérant; les impulsions sur la pente du rayon introduites ici sont en effet proportionnelles à l'intégrale

$$I = \int B_z \, \mathrm{d}z \, ,$$

et nous avons vu dans la première partie qu'il y avait un accord excellent entre les valeurs expérimentales de I et les valeurs tirées du calcul simplifié.

Au terme de ce travail, nous sommes heureux de remercier P. Lapostolle avec qui nous avons procédé à de fructueuses discussions sur ces problèmes, H. G. Hereward et J. B. Adams, Chef du groupe du Synchrotron à Protons, qui nous ont encouragé à entreprendre cette étude et nous ont efficacement aidé à la mener à bien.

Autres Publications Concernant les Lentilles Quadrupolaires

D. A. Bromley, J. A. Bruner, The Design of a Focusing and Analyzing system for the 27″ Cyclotron Beam, NYO 3823 (July 1954).

M. L. Bullock, Electrostatic Strong Focusing Lens, Am. J. of Phys. **13** (1955) 265–268.

R. N. Carlile, The Quadrupole Magnet as a focusing Device, HEPL **33** (Feb. 1957).

B. Cork et E. Zajec, Quadrupole focusing lenses for charged particles, UCRL 2182 (1953).

E. D. Courant, M. S. Livingstnne et H. S. Snyder, The Strong focusing Synchrotron. A new High Energy Accelerator, Phys. Rev. **88** (1952) 1190–1196.

I. E. Dayton, E. L. Shoemaker et R. F. Mozley, Study of Quadrupole Magnets, Rev. Scient. Instr. **25**, No. 5 (1954) 485.

H. A. Enge, Ion focussing properties of a quadrupole lens pair, Rev. Scient. Instr. **30** (1959) 248–251.

H. A. Enge, Combined Magnetic Spectrograph and Spectrometer, Rev. Scient. Instr. **29** (1958) 885.

E. L. Hubbard et Kelly, Alternating gradient focusing of Cyclotron external Beam, Rev. Scient. Instr. **25**, No. 8 (1954) 737–739.

G. Gendreau, Lentilles magnétiques Courant-Livingstone et leur utilisation à la focalisation du faisceau donné par un Van de Graaff, CEA, note No. **29** (1953).

F. Krienen, Helical Lenses, CERN-Sc/57-28 (1957).

C. H. Johnson, J. P. Judish et C. W. Snyder, Focusing Procedures for Electrostatic Accelerators, Rev. Scient. Instr. **28**, No. 11 (1957) 942–948.

G. Lanza et K. G. Steffen, Effect of Quadrupole correcting Lenses HCEA **34** (1957).

P. Lapostolle, Quelques propriétés des champs de fuite et des longueurs équivalentes dans les déflecteurs ou lentilles quadrupolaires, CERN-PS, Inst. Lin. 59-5 (21 mai 1959) (non publié).

P. Levy, Abaque pour la résolution d'un problème de lentilles électriques ou magnétiques à gradients alternés, J. Phys. Rad. **17** (juin 1956) 60A–61A.

P. J. Lynch et D. J. Zaffarano, Tests and Analysis of magnetic Quadrupole lenses, ISC 927 (August 1957).

M. Morpurgo, On a μ-mesons focusing device, CERN-SC, 141 bis (1957).

M. Morpurgo et A. Septier, Etude expérimentale de lentilles quadrupolaires hélicoïdales pour la focalisation de mesons μ C.R. **245** (1957) 2496–2499.

C. Nunan, Alternating gradient lenses for reducing the Area of a Beam, UCRL, 2117 (1953).

E. Reisman, The imaging properties of crossed Quadrupoles, Thesis, Cornall University (1957).

E. Reisman et B. M. Siegel, A study of the Imaging Properties of crossed Quadrupoles, Bull. of Am. Soc. série 2, **2**, No. 4 (1957) 174.

Shull, McFarland et Bretscher, Concentration of a cyclotron Beam by strong Focusing Lenses, Rev. Scient. Instr. **25**, No. 4 (1954) 364–367.

M. Vivargent, Focalisation et analyse du faisceau du cyclotron du Collège de France, Thèse de Doctorat, Paris (Juin 1958).

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 276–278; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

IRRADIATION OF METALS AT CONTROLLED ELEVATED TEMPERATURES IN THE M.I.T. CYCLOTRON

C. E. ELLS

Atomic Energy of Canada Limited, Chalk River, Ontario

Received 30 September 1959

Metals have been irradiated in the M.I.T. cyclotron at controlled temperatures up to 750° C. The construction of the specimen holder and its performance is briefly described.

1. Introduction

Physical experiments involving the irradiation of metals in cyclotron target positions have usually only required maintenance of specimen temperature below some maximum value. This upper limit of satisfactory temperature can vary within rather wide limits, from any temperature below the melting point for most nuclear experiments to temperatures of a few °K for some solid-state investigations. Part of a current study at Chalk River required irradiation of certain metals with high energy alpha particles while holding the metal specimens at known elevated temperatures ($\approx 600°$ C). At the same time, it was also necessary to obtain comparison irradiations at ambient temperatures but with otherwise identical irradiation conditions. There appears to be no previous report of experiments in which a cyclotron target has been maintained at a controlled elevated temperature, and the purpose of the present note is to describe the method by which such an irradiation has been carried out in an external beam irradiation position of the M.I.T. cyclotron. The elevated temperatures were obtained through self heating of the specimens by the particle irradiation.

2. Constructional Details

A target holder assembly suitable for the irradiation of powders and foils at ambient temperatures in an external irradiation position has been in use for some time at M.I.T.[1]). Specimens are held on a water-cooled aluminum block, and the irradiations can be carried out either in vacuum or in a helium atmosphere. The water-line connections are made through a brass cylindrical section which is used in making the vacuum seal with the irradiation chamber. The target holder developed for the present work is a modified version of the above assembly, designed to accommodate flat metal specimens several mm thick. For irradiations at ambient temperatures, aluminum clamps are used to press the metal specimens against a flat section of the aluminum block, as shown in fig. 1a. For the elevated-temperature irradiations the specimens are insulated from the aluminum block by alumina rods cemented to the face of both the aluminum block and the aluminum clamps which hold the specimen in position. Details of this latter construction are shown in fig. 1b. For each specimen holder, set screws in the aluminum block press the clamps against the section of the block nearest the cooling water lines. The cross-sectional dimensions of the assembly have been strictly limited by the size of the aperture in the M.I.T. permanent arrangement, and after allowing adequate design strength for the aluminum parts a specimen thickness of about 0.5 cm is the maximum that can be accomodated. The high-

[1]) E. White, M.I.T. Laboratory for Nuclear Science and Engineering Dwg. D-1972-A (July 1, 1952).

temperature assembly is shown in fig. 2, containing two specimen lengths mounted for irradiation; one section of the target area is shown unused.

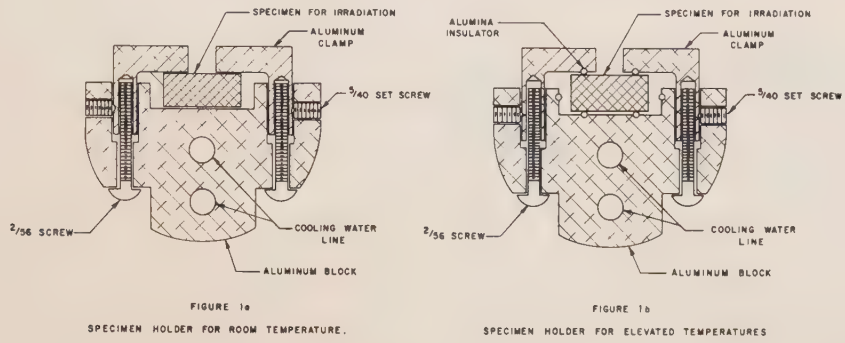


Fig. 1. Cross section of specimen holders used for alpha particle irradiation in the M.I.T. cyclotron.

Temperature measurements have been made with thermocouples imbedded in the specimens, the thermocouple leads being brought through the brass cylindrical section via Stupakoff seals. Sturm and Jones[2]) have discussed in some detail the difficulties expected to be encountered in the use of thermocouples to measure temperatures in cyclotron targets. However, they demonstrated experimentally that correct temperature readings ($\pm 4°$ C) were obtained at the internal target of the O.R.N.L. cyclotron. In an external-beam position interference from electric and magnetic fields is nearly eliminated, and in the experiments described here the thermocouples themselves did not receive direct irradiation. It was not considered necessary, therefore, to calibrate the thermocouple readings in the present work by any method such as that used by Sturm and Jones.

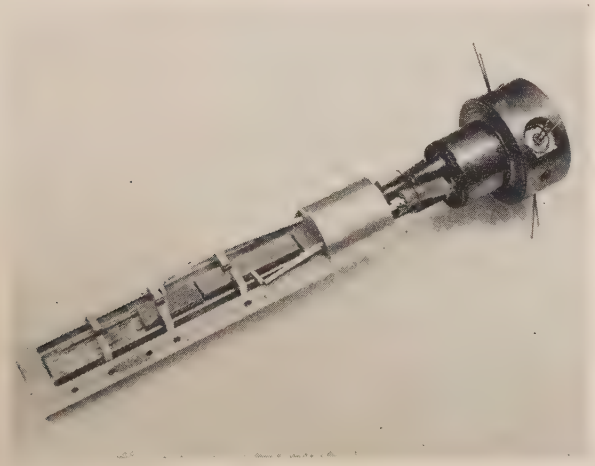


Fig. 2. Specimen holder assembly used for alpha particle irradiation at elevated temperatures. Two specimens for irradiation containing thermocouples imbedded in their sides are shown clamped in position. Thermocouple leads are taken outside the irradiation chamber via the two-conductor Stupakoff seals soldered in the brass cylindrical section. Brass and aluminum sections are joined with copper tube.

3. Performance

The total area irradiated in the M.I.T. external beam used in the present work was approximately 8 cm². When irradiating with 31.5-MeV alpha particles, the bulk temperature of specimens held in the ambient-temperature assembly has increased by less than 25° C for beam currents of up to 10 μA. The beam intensity varies somewhat along the length of the target area, and some specimens will almost certainly make better thermal contact with the aluminum block than others. The result is that individual specimens in the same irradiation assembly can attain a somewhat higher temperature than others. This effect is much more noticeable in the high-temperature irradiations. Four sets of specimens have now been irradiated in each of the high- and low-temperature assemblies, and satisfactory temperature control and measurement appear to have been obtained in each experiment. With an average beam current intensity of 0.53 μA/cm², beryllium

[2]) W. J. Sturm and R. J. Jones, Rev. Sci. Inst. **25** (1954) 392.

specimens attained a temperature of 600° C and the temperature could be maintained to within ± 15° C by adjusting the total beam current with the cyclotron manual controls. A beam current of 0.65 μA/cm² resulted in beryllium specimen temperatures of up to 700° C; aluminum specimens, very likely making better contact with the alumina insulators, required a beam intensity of 0.56 μA/cm² to reach a temperature of 400° C.

Fig. 3. Photomicrograph of a specimen of Brush Q.M.V. beryllium irradiated at 740° C with alpha particles to an integrated intensity of 2 μA h/cm². Mechanically polished and etched in 10% HF in glycerine. Magnification 50 ×.

Fig. 3 is a photomicrograph of a section through a specimen of Brush reactor-grade beryllium irradiated at 740 ± 25° C, the integrated beam current intensity received by the specimen, estimated to be 2 μA h/cm². The alpha-particle beam was incident perpendicular to the surface of the metal shown at the top of the photomicrograph, and the band parallel to the specimen surface represents the volume of the metal which contains the helium atoms. This band, first observed in beryllium by Redding and Barnes[3]) and discussed in some detail by them, results from a temperature-dependent aggregation of helium atoms. The same type of beryllium, irradiated in the ambient-temperature specimen holder to the same integrated intensity, shows no such layer unless the sample is annealed after irradiation. Detailed results of the experiments will be reported later.

Acknowledgements

Construction of this irradiation assembly was suggested by E. C. W. Perryman, and W. Evans gave considerable assistance in its development. N. S. Wall and E. White of the M.I.T. cyclotron staff provided essential information regarding design specifications and cyclotron operation was directed by E. White.

[3]) G. B. Redding and R. S. Barnes, A.E.R.E. M/R 2332 (July 1957).

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 279–282; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

RIGID VINYL FILM DOSIMETER

CHARLES ARTANDI and ALBERT A. STONEHILL

Ethicon, Inc., Somerville, New Jersey

Received 29 October 1959

Non-plasticized poly vinyl chloride film has been found to be an inexpensive, simple, reliable dosimeter in the megarad range. Methods for its use in dose measurement, measurement of electron energy (MeV), assurance of adequate ionization penetration and measurements of source geometry, are described.

1. Introduction

In the field of irradiation processing there has been a need for an inexpensive, simple, reliable dosimetry system in the megarad range.

Measuring the irradiation dose actually received by the sample under irradiation is highly desirable. With our dosimeter, this is easily accomplished by measuring the dose at the top surface of the sample and again at the bottom surface as it exits from the sample. The information obtained is important in process control.

2. Description

The use of this dosimeter was previously described[1]), but subsequent work on the system has served to establish useful parameters which will justify the present communication.

Rigid vinyl film (PVC) is a homopolymer of vinyl chloride or a copolymer of vinyl chloride and vinyl acetate, and contains no plasticizer. In our early work we used the copolymer film†, but changes in the composition of commercially available films forced us to find a steady supply of a usable film. For the last two years we have been using, in our routine dosimetry work, a homopolymer of vinyl chloride in the form of a clear film of 0.015″ thickness.

When rigid vinyl film is exposed to ionizing radiation, a coloration will take place. The color is greenish at first, but gradually turns yellowish-brown, reddisch-brown or dark brown, depending on the absorbed dose. If the film is simultaneously exposed to radiation and heat, the resulting color will be green.

The intensity of color is directly proportional to the absorbed dose in the range of 10^5 to 10^7 megarad, therefore it can be used for high-level dosimetry.

The intensity and character of the color is a function of total dose only and is independent of dose rate or source of ionizing radiation. (Accelerators or gamma sources.) The system is presently being tested for use in mixed radiation fields.

The color change can probably be explained by the following mechanism:

The first result of radiation is dehydrochlorination followed by double bond formation. As a result the chlorine next to the double bond becomes allylic† in nature and very mobile.

$$\text{—CHCl—CH}_2\text{—CHCl—CH}_2\text{—CHCl—CH}_2 \xrightarrow{-\text{HCl}}$$

$$\text{—CH=CH—CHCl*—CH}_2\text{—CHCl—CH}_2\,.$$

In the next step further dehydrochlorination will take place with the progagation of the allylic grouping along the main chain. Most probably this is a chain type reaction, and after initiation it can proceed to a point on its won. As the result of repeated dehydrochlorinations, a polyenic system of conjugated double bonds

† The PVC used in our experiments (QCA 5960 clear 151 rigid vinyl sheets 0.015″ thick) is manufactured by the Union Carbide Plastics Division and is commercially available from United Lamination Company, Mayfield, Penna.

[1]) C. Artandi and A. A. Stonehill, Nucleonics **16**, No. 5 (1958) 118.

develops. The color conceivably originates from this chromofor structure. Exposure to heat tends to darken the color further[2]).

The total amount of hydrochloric acid formed

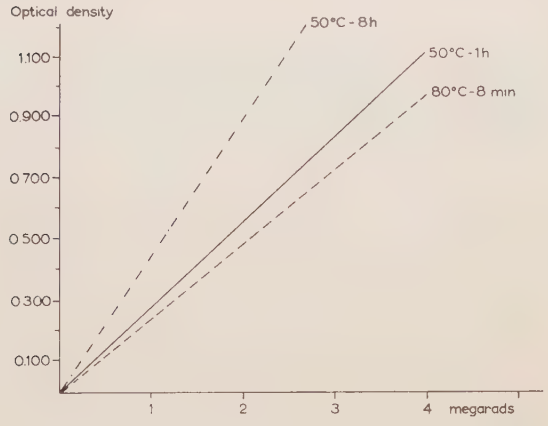


Fig. 1

during irradiation is proportional to the absorbed dose and can be successfully used as the measure of the absorbed dose. However, the preparation of special samples is cumbersome and the method therefore is not suitable for rapid routine dosimetry[3]).

The color of PVC slides is somewhat more intense if the irradiation is carried out in vacuum, instead of in air. Apparently the presence of oxygen exerts a terminating effect on some of the reactions leading to color formation.

The radiation induced changes of PVC can be best compared with those caused by exposure to ultraviolet light, thermal degradation in vacuum, base accelerated degradation, or ordinary aging under normal atmospheric conditions. Probably the same basic mechanism is involved in all of them[4,5]).

At room temperature the color reaches its maximum in 3 to 4 days. The color development can be accelerated by exposure to higher temperatures for shorter periods. One hour development at 50° C or 5–10 minutes at 80° C will yield a color comparable with the 3–4 days at room temperature (fig. 1). Development of color at 80° C permits almost immediate determination of dose received by the sample and is especially suitable for continuous process control.

For equal exposure to irradiation, the intensity of color developed for the same unit of time increases with increasing temperature up to 80–85° C. Above this temperature the intensity of color gradually decreases. This reduced intensity may be due to reactions of trapped radicals with chromofor groupings. The glass transition temperature of PVC is 80° C (fig. 2).

Once developed, exposure of the colored slides to light only slightly effects the color.

The color developed at room temperature or at 50° C is stable for several days, while those developed at higher temperatures, show some fading within a few hours. Therefore for consistent results the development and color determination of the PVC slides should be done under standardized conditions. It is also important to have a reliable supply of film with no batch variation.

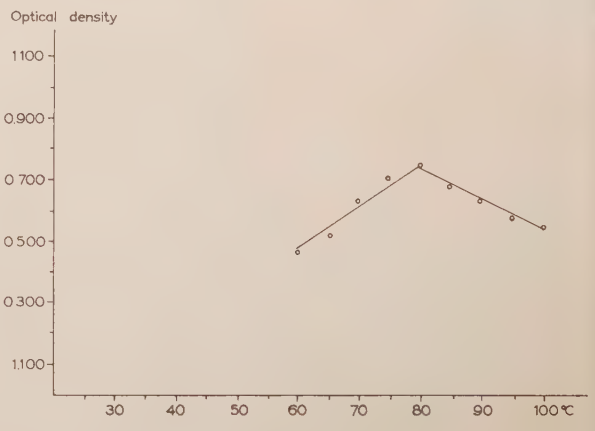


Fig. 2

3. Practical Applications of PVC Dosimetry

1. Dose measurement (scan width and uniformity of scanned beams).

2. Measurement of electron energy.

3. Assurance of adequate ionization penetration into products.

4. Measurements of source geometry.

[2]) A. Chapiro, J. du Chimie Physique **53** (1956) 895.

[3]) E. J. Henley and A. Miller, Nucleonics **9**, No. 6 (1951) 62.

[4]) R. Stromberg *et al.*, J. of Research of the National Bureau of Standards **60**, No. 2 (February 1958) Research Paper 2832, p. 147.

[5]) J. E. Campbell and W. H. Rauscher, J. of Polymer Science **18** (1955) 462.

3.1. DOSE MEASUREMENT

It is important that the development of the exposed PVC slides be done under standard conditions (temperature, time). A standard curve can be obtained by exposing PVC slides to known amounts of radiation, developing them and taking the optical density readings at 3960 Å on a spectrophotometer. (Beckmann Model B or DU or equivalent.) Subsequently, PVC slides exposed to unknown doses of radiation after proper development, can be compared with the standard curve, and the dose determined. There are several other Absorption peaks (3640, 4260, 4550, and 4800 Å), but the 3960 Å peak is the best. The results are reproducible and sufficiently precise for practical use. (Coefficient of variation at 3 megarads is 3%.) We used ceric-cerous system for calibrating the accelerators.

The scanwidth and scan uniformity of the beam, from accelerators equipped with scanning devices, can be measured if a sufficiently wide strip is prepared from consecutively numbered PVC slides (3″ × 1″ × 0.015″) positioned side by side.

After passing the strip under the beam and developing the slides, the dose of the individual slides are identified as to position. From these readings the width, and uniformity across the width of the beam, can be measured.

Stationary pictures of scanned beams can also be obtained by the exposure of a PVC sheet to the source. This will yield information on width and breadth of the scanned beam at product level.

It is important that the effect of backscattering be eliminated from all measurements. By the use of a 1″ plywood backing this can be done easily.

A non-irradiated slide is used as blank in all measurements. (0.0 optical density.)

Since there is some variation in the thickness of slides, for accurate work, slides of uniform thickness should be selected.

3.2. MEASUREMENT OF ELECTRON ENERGY

The accelerating potential of electrons can be measured easily with electrical instruments on electrostatic accelerators. However, this is not possible with linear accelerators, because the principle of acceleration is different. Since the penetration of electrons into matter is proportional to their energy, their penetration into PVC can be used to measure this, as follows:

A stack of PVC slides is prepared using consecutively numbered slides in sufficient thickness to completely absorb all electrons. This stack is exposed to the beam. After exposure and subsequent development, the optical densities of the numbered slides are read. Using the optical reading as the ordinate and the additive thicknesses of the slides, in inches, as the abscissa, a plot of the ionization penetration is obtained. From this curve the "useful" and "total" penetrations can be calculated. By multiplying that portion of the actual thickness of the stack (in inches) corresponding to the total penetration with the density of PVC (1.38) and dividing the result by a factor of 0.130 (useful penetration in inches into material of unit density (water) for one MeV electrons) the electron energies in MeV can be obtained. The same

Fig. 3

procedure may be used for determining the penetration MeV for the useful range.

Useful penetration (OC fig. 3) is the total depth penetrated where the entrance (A fig. 3) and exit dose (B fig. 3) are equal. This dose usually represents about 60% of the maximum ionization in the 1–7 MeV energy range.

Total penetration is the depth (OD) at which the electrons are completely absorbed (fig. 3). The useful penetration is approximately two-thirds of the total penetration.

3.3. ASSURANCE OF ADEQUATE IONIZATION PENETRATION INTO PRODUCTS

In irradiation sterilization and many other irradiation processes, it is essential to establish that every portion of the product receives at least a predetermined total dose corresponding to the entrance dose. By placing PVC slides underneath the product, the exit dose on the underneath side can be measured. These PVC slides are developed and the dose equivalent read. This is of particular importance when we deal with heterogeneous products of non-uniform density. The dose received by this PVC slide indicates whether adequate penetration was obtained.

3.4. SOURCE GEOMETRY

By the use of appropriate size sheets or stacks of PVC film, two or three dimensional, visible pictures of any radiation sources indicating dose distribution can be taken using this new technique. This is particularly applicable to irradiation studies with such sources as cobalt 60 or cesium 137, where the geometry of irradiation is quite complicated.

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 283–285; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

FIELDS IN GAP-EXCITED CIRCULAR DUCTS

A. C. Spark Plug Division of General Motors, Milwaukee, Wisconsin

J. A. DATTILO

and

J. VAN BLADEL

Department of Electrical Engineering, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

Received 8 October 1959

Formulas for the electric and magnetic fields in a circular waveguide, cut in two by a plane perpendicular to the axis, are given together with some numerical data. The field is excited by a voltage applied across the two halves of the duct. The energy and momentum kicks which particles experience upon crossing of the gap are examined in some detail.

One of the authors has derived general formulas for the calculation of fields inside linear ducts, and the energy and lateral momentum kicks to which a particle is subjected upon crossing the gap region[1]). These formulas have been applied to ducts with rectangular cross section[2]). In the present paper, the application to ducts with circular cross section is considered. The geometry is shown in fig. 1.

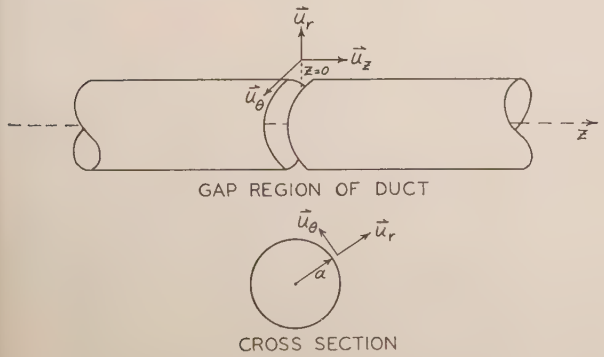


Fig. 1. Gap region of circular duct.

A voltage $V \cos \omega t$, constant in phase and amplitude, is applied across the gap. The operating frequency is less than the cut-off frequency $0.383\, c/a$ of the guide. (c is the velocity of light.) Detailed calculations[3])give the following expressions for the electric and magnetic fields

$$\boldsymbol{E}(r,z) = \left\{ \pm \frac{V}{a} \sum_m \frac{J_1\left(k_m \frac{r}{a}\right)}{J_1(k_m)} e^{-p_m \frac{|z|}{a}} \boldsymbol{u}_r + \right.$$

$$\left. + \frac{V}{a} \sum_m \frac{k_m}{p_m} \frac{J_0\left(k_m \frac{r}{a}\right)}{J_1(k_m)} e^{-p_m \frac{|z|}{a}} \boldsymbol{u}_z \right\} \cos \omega t$$

$$\boldsymbol{H}(r,z) = -\omega \varepsilon_0 \frac{V}{a} \left\{ \sum_m \frac{J_1\left(k_m \frac{r}{a}\right)}{p_m J_1(k_m)} e^{-p_m \frac{|z|}{a}} \right\} \sin \omega t\, \boldsymbol{u}_\theta$$

where the positive sign preceding the radial component corresponds to positive z, and the negative sign to negative z. The various symbols appearing in the equations have the following meaning:

1. k_m is the m^{th} root of Bessel's function of order zero: $J_0(k_m) = 0$.

2. p_m is equal to

$$\sqrt{{k_m}^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 a^2} = \sqrt{{k_m}^2 - \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2} = \sqrt{{k_m}^2 - {k_1}^2 \frac{f^2}{{f_c}^2}}$$

where f_c is the cut-off frequency of the guide

[1]) J. Van Bladel, General Formulas for Gap-Excited Linear Ducts, Nuclear Instruments 3 (1958) 52–56.

[2]) J. Van Bladel, Fields in Slanted-gap Excited Rectangular Ducts, Nuclear Instruments 3 (1958) 109–115.

[3]) For more data see J. Dattilo's Master of Science thesis (available from the Library of the University of Wisconsin),

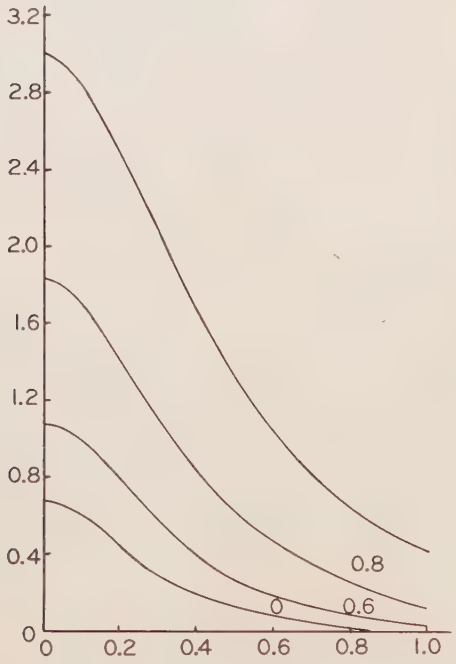


Fig. 2. Axial electric field at $r = 0$ (i.e. on the axis).

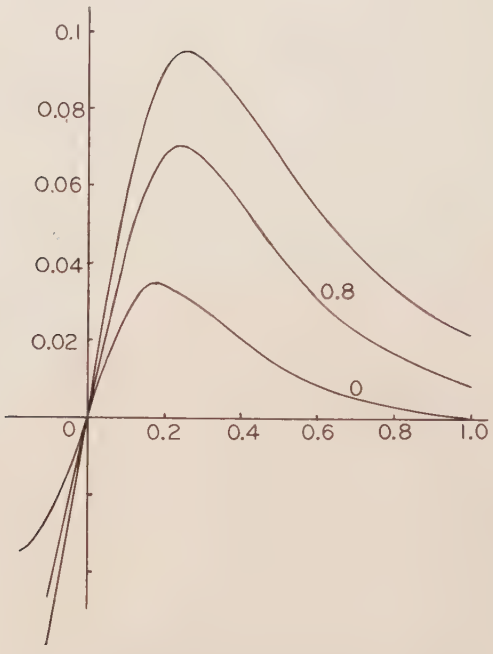


Fig. 3. Radial electric field at $r = 0.1\ a$.

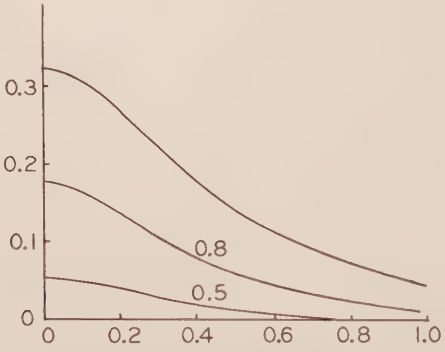


Fig. 4. Magnetic field at $r = 0.1\ a$.

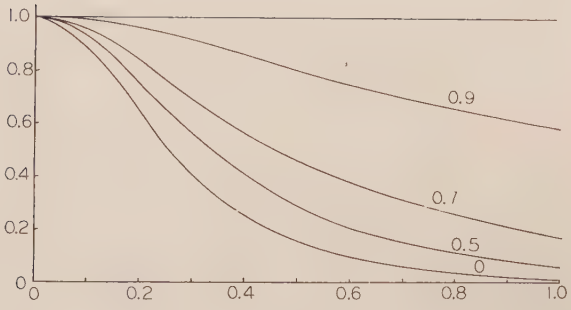


Fig. 5a

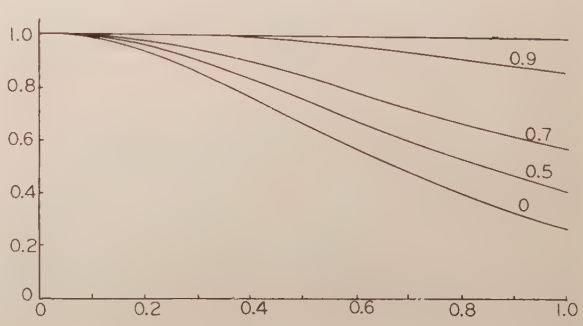


Fig. 5b

Fig. 5. Energy kick at (a) one-third the speed of light (b) two-thirds the speed of light.

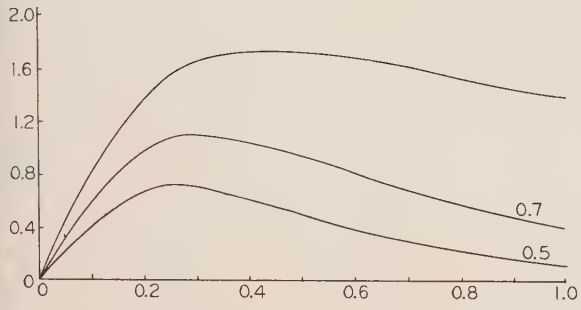


Fig. 6a

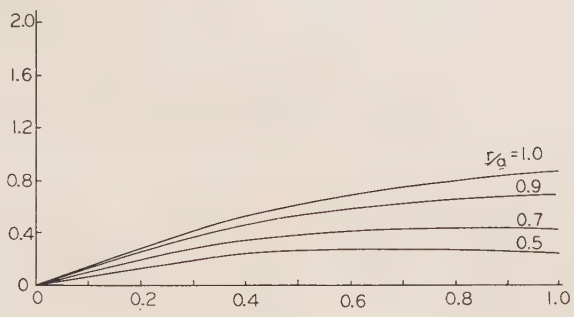


Fig. 6b

Fig. 6. Momentum kick at (a) one-third the speed of light (b) two-thirds the speed of light.

and of the operating frequency. A few representative curves[4]) for the field components are given in figs. 2, 3 and 4. Notice that both the magnetic field and the radial component of the electric field vanish on the axis. The magnetic field is expressed in units of $Y_0\ (V/a)$, where $Y_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$ is the intrinsic admittance of free space. The fields are seen to penetrate more and more into the guide as the frequency increases toward cut-off.

We now consider the kicks applied to a particle of charge q and velocity $\boldsymbol{v}$ which travels parallel to the duct's axis, and whose direction is not materially altered by the action of the gap. Let φ_0 be the phase of the gap voltage at the instant the particle crosses the plane $z = 0$. The energy kick is

$$\Delta\varepsilon = qV\cos\varphi_0 \cdot 2\sum_m \frac{J_0\left(k_m\frac{r}{a}\right)}{J_1(k_m)} \cdot \frac{k_m}{k_m^2 + k_1^2\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)\frac{f^2}{f_c^2}}$$

where $\beta = v/c$ is the ratio of the particle's velocity to the speed of light. Figs. 5a and 5b show the variation of the energy kick for two different velocities.

The lateral momentum kick is

$$\Delta\boldsymbol{p} = -\frac{qV\sin\varphi_0}{c}\, 2k_1\frac{f}{f_c}\cdot\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)\sum_m \frac{J_1\left(k_m\frac{r}{a}\right)}{J_1(k_m)} \cdot \frac{1}{k_m^2 + k_1^2\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)}\cdot \boldsymbol{u}_r\,.$$

Figs. 6a and 6b show the variation of the momentum kick for two different velocities.

The availability of curves for the circular and rectangular ducts makes it possible, by suitable interpolation, to reasonably estimate data for cross-sections such as the elliptical one.

[4]) Summations were performed on an IBM-650 Computer The help of the Numerical Analysis Laboratory of the University of Wisconsin and of Messrs. F. Nemmers and E. Albright, is gratefully acknowledged.

NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 6 (1960) 286–287; NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.

EINE AUFDAMPFAPPARATUR FÜR RADIOAKTIVE SUBSTANZEN

WOLFGANG BÜHRING und JOACHIM HEINTZE†

Zweites Physikalisches Institut der Universität Heidelberg

Eingegangen am 13. Oktober 1959

A vacuum evaporation device has been constructed using electron bombardment heating. The crucible containing the material to be evaporated has a well directed emission characteristic and can be easily exchanged. The device, therefore, is well suited for the evaporation of radioactive materials.

Wenn man radioaktive Präparate durch Aufdampfen im Hochvakuum herstellen will, ist es vorteilhaft, einen leicht auswechselbaren Verdampfungstiegel mit möglichst guter Richtwirkung zu verwenden. Mit den üblichen Verdampfungsschiffchen werden diese Anforderungen so schlecht erfüllt, dass das Aufdampfen bei starken und langlebigen Präparaten Schwierigkeiten bereitet. Eine Anordnung, die wir gebaut haben und die in dieser Hinsicht günstigere Eigenschaften besitzt, ist in Fig. 1 dargestellt.

Der Verdampfungstiegel wird durch Elektronenbeschuss geheizt††. Vier Wolfram-Bänder (1 mm × 0.05 mm) dienen als Kathode. Wir haben mit einer Leistung von 300 Watt bei einem Anodenstrom von 300 mA gearbeitet, man kann aber ohne weiteres noch höhere Werte erreichen.

Der Tiegel steht lose in einem Tantal-Fuss. Man kann also das Einfüllen der Substanz und bei flüssigen Präparaten das Eintrocknen ausserhalb der Aufdampfapparatur vornehmen. Zum Vorwärmen der Probe heizt man am besten mit der Wärmestrahlung der Kathodenbänder. Dass die Probe dabei herausspringt, lässt sich leicht verhindern, da der Tiegel gut abgedeckt werden kann.

Die gute Richtwirkung beim Aufdampfen kommt dadurch zustande, dass der Tiegel nur unten geheizt wird und der obere, kältere Teil einen gut begrenzten Dampfstrahl ausblendet. Die Form des Dampfstrahls hängt vor allem von der Heizdauer ab. Wenn man genügend kurz heizt, wird im oberen Teil des Tiegels die Verdampfungstemperatur nicht erreicht. (Um den Wärmetransport von unten nach oben noch zu behindern, kann man einen Tiegel verwenden, der aus zwei etwa gleichlangen Teilen zusammengesetzt ist.) Man erhält dann ohne weitere Blenden Aufdampfschichten, deren Durchmesser nur wenig grösser als der des Tiegels ist, und damit eine relativ geringe Verseuchung der Apparatur. Es werden einige Prozent der Substanz verdampft, der Rest bleibt im Tiegel zurück, vor allem im oberen Teil†††.

Bei längerem Heizen wird mit zunehmender Erwärmung der oberen Tiegelhälfte die Richtwirkung etwas schlechter, man erhält aber wesentlich stärkere Präparate. Wenn sich die Substanz gut aufdampfen lässt, kann man z.B. bei Verwendung einer Blende von 15 mm ⌀ in 20 mm Abstand von der Tiegelöffnung ($\Omega/4\pi \approx 3\%$) mit 15–20% der Gesamtaktivität rechnen. Der Rest wird grossenteils von der Blende aufgefangen.

† Jetzt: CERN, SC-Division, Genf.

†† Einen zusammenfassenden Artikel über Elektronenstoss-Heizung findet man bei L. Holland: Vacuum Deposition of Thin Films (Chapman & Hall Ltd. London, 1956).

††† Man könnte den Tiegel abdecken und durch Heizen des oberen Teils die Substanz wieder nach unten zurückfördern.

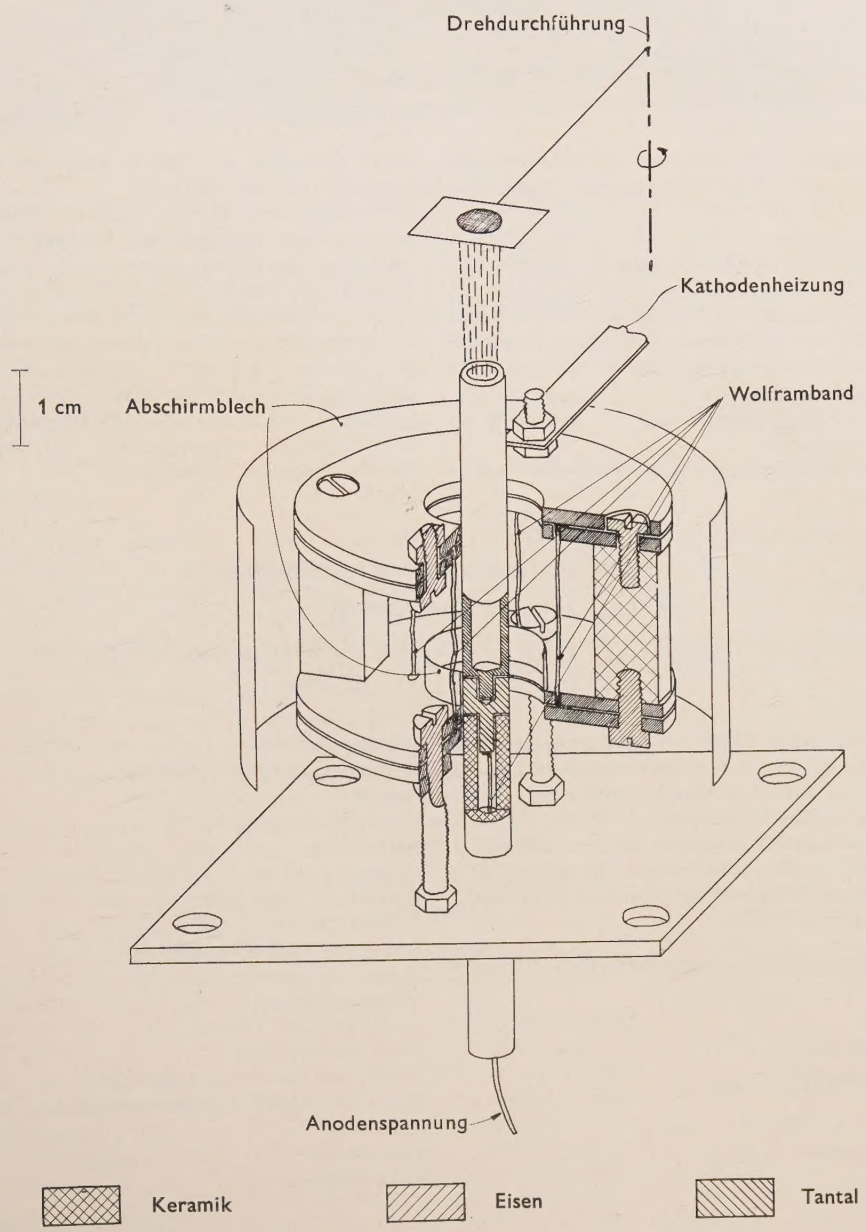


Fig. 1

Die Wärmebelastung der Präparatunterlage ist in beiden Fällen klein. Alle Versuche wurden mit Kunststoffolien (10μ Hostaphan) ausgeführt, ohne dass sich Schwierigkeiten ergeben hätten.

Herrn Professor Dr. O Haxel danken wir für sein Interesse an dieser Arbeit. Es wurden Mittel des Bundesministeriums für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft für diese Arbeit verwendet.

NEWS ITEMS

The Fifth International Instruments & Measurements Conference will be held in Stockholm, Sweden, September 13–15, 1960.

It is organized by The Royal Swedish Academy of Engineering Sciences and The Swedish Association of Technical Physicists and will be divided into four sections: Automatic Process Control, Physical Methods for Chemical Analysis, Nuclear Instrumentation and Measurements of Electric and Magnetic Quantities.

New commercial instruments may be presented in Instrument Clinic Lectures.

A scientific exhibition of new non-commercial instruments presented by various institutes will be arranged together with the Conference.

Lecturers should send applications and summaries of some 50 words not later than Februay 1, 1960.

Further particulars regarding the Conference will be given by the Secretary General, I & M, Mr. H. von Koch, Royal Institute of Technology, Stockholm 70, Sweden.

An exhibition of commercial instruments, arranged by the Swedish Instrument Suppliers Association will take place in Stockholm September 10–17, 1960. All correspondence regarding this exhibition should be directed to the Exhibition Management, AB Anders Beckman, Smålandsgatan 2, Stockholm.

NATIONAL ELECTRONICS CONFERENCE

CALLS FOR PAPERS

The National Electronics Conference will be held at the Sherman Hotel, Chicago, Illinois, on October 10, 11, and 12, 1960

Engineers and Scientists of Western Europe are extended a cordial invitation to join in the Conference. Authors of papers are invited to submit abstracts of 100 to 500 words (for publication in program) and either a 400 to 500 word summary or the completed paper for review. Submit to Professor Thomas F. Jones, Jr., Program Chairman, NEC, School of Electrical Engineering, Purdue University, Lafayette, Indiana.

Technical areas typical of those covered at the Conference include:

Adaptive Servomechanisms
Antennes and Propagation
Audio
Circuit Theory
Communication Systems
Computers
Information Theory
Instrumentation and Telemetry
Masers
Microminiaturization
Microwaves
Millimeter Waves
Parametric Amplifiers
Plasma Research
Radar and Radio Navigation
Radio Astronomy
Servomechanisms
Signal-Matched Filters
Solid-State Circuits
Solid-State Devices and Materials
Space Electronics, Communications and Navigation
Television
Transistors
Value Engineering

Spotlight on Industry

This section appears each month and features various happenings of interest in the nuclear industrial world and objective information on products of the nuclear manufacturers. It is offered entirely as a service and all nuclear manufacturers are cordially invited to submit clearly objective and descriptive material on their endeavours and product developments for consideration for use in this section.

CHOKELESS POWER SUPPLY SUB-UNITS

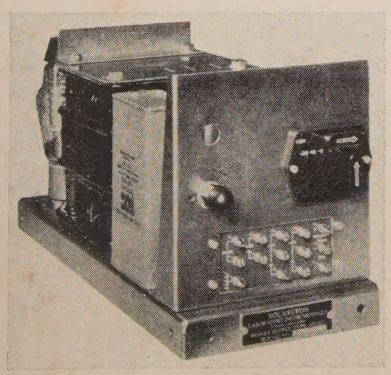
Solartron Electronic Group Ltd., Surrey, England

Designed specifically for continuous duty pulse loading applications, this new range of Chokeless Power Supply Sub-Units can withstand pulsing from zero to full load without the slightest fear of loss of control.

Whilst maintaining a stability factor of better than 400 to 1, the circuitry enables the very low source impedance to be held up to a frequency of 0.5 Mc/s.

The range comprises three Sub-Units of 100 mA maximum load capacity (AS 951, 952, 953) and three of 200 mA (AS 955, 956, 957), output voltages covering from 100 to 400 volts. The output voltage of any Sub-Unit can be varied over $\pm$ 50 volts from nominal, also reactive loads may be applied, without affecting the specified performance.

This Chokeless Series is conservatively rated throughout and provides the normal complement of AC heater supplies, both centre-tapped and untapped.



ESTABLISHMENT OF MARCONI INTERNATIONAL AWARD

Drury House, Russell St., Drury Lane, London, W.C.2

The establishment of an annual award in memory of Guglielmo Marconi is announced by Permindex, the World Trade Centre in Rome. This award will be made to the individual making the greatest contribution to the development of Marconi's discoveries. Recipients will be chosen by a Committee composed of important international personalities, a member of the Marconi family and representatives of Permindex.

A NEW PERMANENT MAGNETIC MATERIAL

Ad. Auriema, Inc., Exporters, 85 Broad Street, New York 4, N.Y. U.S.A.

Alnico VII A, a new permanent magnet material with an energy value of 2.8 million oriented, is now being produced for use in magnetic core meter and instrument applications by The Indiana Steel Products Company.

This material exhibits an extremely high coercive force (H_c), considerably higher than other materials in the Alnico family. For this reason, it resists demagnetization even when subjected to high environmental heat often associated with core meters.

Like Alnico V and VI, Alnico VII A is a hard-brittle material suitable for grinding. To maintain best appearance and finish, however, Inidana has found that grinding is more successfully done before heat treating. Alnico VII A will be supplied oriented or not oriented, according to customers' specifications.

A PLESSEY PORTABLE BACKGROUND MONITOR

Plessey International Ltd., Illford, Essex, England

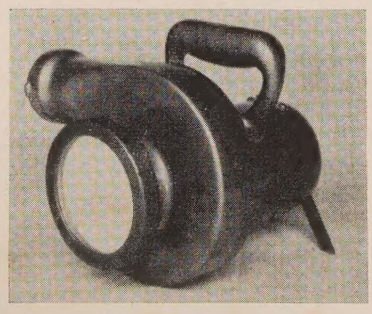
A new lightweight portable monitor Type PNI 1072, has been designed and developed by Plessey Nucleonics Limited of Northampton, for the measurement of background radiation quickly and easily.

Detection is accomplished by a built-in halogen-quenched Geiger Muller tube with measurement on a transistor ratemeter giving direct reading of dose rate on a $2\frac{1}{2}$" scale moving coil meter. The instrument has a range of from 0 to 3 milliroentgens per hour on a two decade quasi-logarithmic scale, with a minimum scale calibration of 30 microroentgens per hour. The unit is powered by a nine volt dry battery and weighs only eight poiunds.

HIGH VOLUME AIR SAMPLER

Gelman Instrument Company of Chelsea Michigan, Greenwood 9-4821

The high volume samples called Hurricane Sampler collects dusts and aerosols on special filters which can



be analysed to determine concentration of radioactive particles, toxic metals, dusts contaminants and air pollutants. It is powered by a motor driven turbine. A universal 0.5 H.P. motor with sealed ball bearings is used to drive the turbine. The sampler weighs 9 pounds complete with 4″ sampling head and can be used at sampling rates of up to 100 cfm.

The Hurricane Air Sampler is supplied with a flowmeter to indicate approximate flow of air. The motor is independently cooled so that there is no danger of motor burnout in case the filter becomes heavily loaded and air flow is reduced. Extra heavy duty carbon brushes are used for long life.

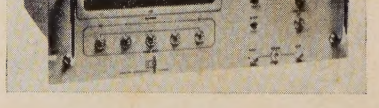
THE TIME CODE GENERATOR

Computer-Measurements Company, Ad. Auriema, Inc., 85 Broad Street, New York 4, N.Y., U.S.A.

A new time code generator which produces accurate timing signals during the recording of test data on magnetic tape is announced.

The Model 1021 generator consists of a crystal-controlled oscillator and seven decades of frequency division. It produces 8 separate timing signals —100 000 to 0.01 cps. Each signal is coded by a different width. Use of a variable pulse width to code each timing signal permits mixing of signals to identify elapsed test time. Mixed output range is 100 to 0.01 cps on a single channel.

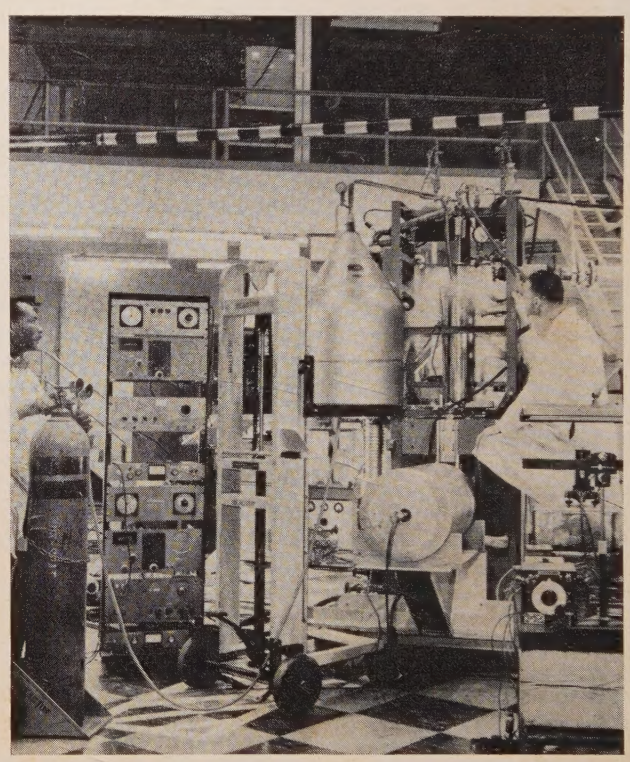
CMC's Model 1021 uses electronic counting and timing devices exclusively including a time interval meter with an accuracy of $\pm$ 1 count $\pm$ short-term stability of $\pm$ 1 part in 10^6. The generator can be controlled from external electrical signals or contact closures to synchronize the timing signal with the start of the device being tested.



BOMBARDING INDIUM AT LIQUID HELIUM TEMPERATURES

Hofman Laboratories, Inc., Hillside, New Jersey

Hofman 4-liter, stainless-steel and aluminum liquid helium research dewar being filled with nitrogen at the Nuclear Reactor Research Facility in the U.S. Naval Research Laboratory.



The dewar features a copper window through which a neutron beam from the reactor bombards a sample of indium. Visible are a neutron spectrometer, pumping equipment, a neutron counter and a magnet. Rack at left center contains pulse height analyzer, count rate meters, scaler and other nuclear instruments. In other experiments it is possible to use electron and protron bombardment, and to test th magnetic susceptibility of free radical Objective of this study was an inves tigation of how polarized neutron combine with polarized nuclei. Th combination of temperatures nea absolute zero, produced in the Hofma helium dewar, with high magneti fields, produces a polarized nuclea target.

The liquid helium dewar and t nitrogen container are products Hofman Laboratories, Inc., Hillsi New Jersey, designers and produce of quid helium research dewars f microwave spectrometry, super-c ductivity studies, low temperatu chemistry, nuclear research, etc. A page catalog with engineering data available.